УДК 532.516: 536.24

ДИНАМИКА ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПРИ СУШКЕ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Сороковая Н.Н.

Институт технической теплофизики ntps@bk.ru

Излагается методика численного исследования двухмерных задач тепломассопереноса и фазовых превращений при обезвоживании капиллярно-пористых тел цилиндрической формы конечной длины. Представлены результаты расчетных и экспериментальных данных.

Ключевые слова:
Математическое моделирование, капиллярно-пористое тело, численные методы.

На практике нередко возникает необходимость расчета динамики сушки двухмерных и трехмерных тел. Основные особенности моделирования пространственных задач сушки проявляются при решении их в двухмерной постановке. Ниже излагается методика моделирования динамики сушки в капиллярно-пористом теле, имеющем форму конечного цилиндра, которая базируется на разработанных ранее математических моделях [1].

Рассмотрим капиллярно-пористое цилиндрическое тело, поры которого заполненные жидкостью и парогазовою смесью. Будем обозначать влагу в виде жидкости и пара соответственно индексами ж и п, воздух – в, скелет тела – индексом т. При обдувании тела сушильным агентом с температурой $T_с \le 100^\circ С$, когда фильтрацией и термодиффузией компонентов можно пренебречь, тепломассоперенос осуществляется диффузионным путем вследствие хаотичного движения молекул. Тогда дифференциальные уравнения массопереноса жидкости и пара и переноса энергии для системы в целом с учетом формулы для интенсивности испарения жидкости в порах тела приведенного в [2], имеют следующий вид:

$$\frac{\partial U_ж}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D_ж r\frac{\partial U_ж}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_ж \frac{\partial U_ж}{\partial y}\right) - \gamma_V\left[\exp\left(\frac{A}{RT}\right)-1\right]^{-1}(1-\varphi), \tag{1}$$

$$\frac{\partial U_п}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D_п r\frac{\partial U_п}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_п \frac{\partial U_п}{\partial y}\right) + \gamma_V\left[\exp\left(\frac{A}{RT}\right)-1\right]^{-1}(1-\varphi), \tag{2}$$

$$c_{эф}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_{эф} r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_{эф} \frac{\partial T}{\partial y}\right) - L\gamma_V\left[\exp\left(\frac{A}{RT}\right)-1\right]^{-1}(1-\varphi). \tag{3}$$

Здесь $U_ж$, $U_п$ – объемные концентрации жидкости и пара; T – температура; t – время; L – удельная теплота парообразования при данном влагосодержании тела; $c_{эф}$ – эффективная теплоемкость, $c_{эф} = c_т U_т + c_ж U_ж + c_п U_п + c_в U_в$; $\lambda_{эф}$ – эффективная теплопроводность,

$\lambda_{эф} = \lambda_т U_т / \rho_т + \lambda_ж U_ж / \rho_ж + \lambda_п U_п / \rho_п + \lambda_в U_в / \rho_в$; γ_V – объемный коэффициент интенсивности испарения, φ – относительная влажность газа в порах тела, $\varphi = U_п / [\Psi_г P_н(T)]$, $\Psi_г = 1 - \Pi - \Psi_ж$, Π – пористость тела, $\Psi_г, \Psi_ж$ – объемные доли газа и жидкости, $P_н$ – давление насыщенного пара; $D_ж$, $D_п$ – эффективные коэффициенты диффузии жидкости [3] и пара, $D_р = \gamma_D [\exp(A_D / RT) - 1]^{-1}$, $D_п = \gamma_п T^{3/2} / P_г$; A, A_D – энергии активации молекул жидкости для процессов испарения и диффузии; R – удельная газовая постоянная; γ_D, $\gamma_п$ = const. При отсутствии фильтрации давление парогазовой смеси $P_г$ в порах тела равняется давлению окружающей среды.

Граничные условия для уравнений (1)–(3) можно представить в следующем виде

$$D_ж \frac{\partial U_ж}{\partial \nu}\Big|_{\nu=0} = \gamma_с \left\{ \left[\exp\left(\frac{A}{RT|_{\nu=0}} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_с \left[\exp\left(\frac{A}{RT_с} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (4)$$

$$-D_п \frac{\partial U_п}{\partial \nu}\Big|_{\nu=0} = \gamma_{сп} \left(U_п|_{\nu=0} - \rho_{пс} \psi_п \right), \quad (5)$$

$$\lambda_{эф} \frac{\partial T}{\partial \nu}\Big|_{\nu=0} = \alpha (T_с - T|_{\nu=0}) - L\gamma_с \left\{ \left[\exp\left(\frac{A}{RT|_{\nu=0}} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_с \left[\exp\left(\frac{A}{RT_с} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}. \quad (6)$$

где $\gamma_с$ – поверхностный коэффициент интенсивности испарения; ν – нормаль к поверхности тела; $\varphi_с$ – степень насыщения внешней парогазовой среды.

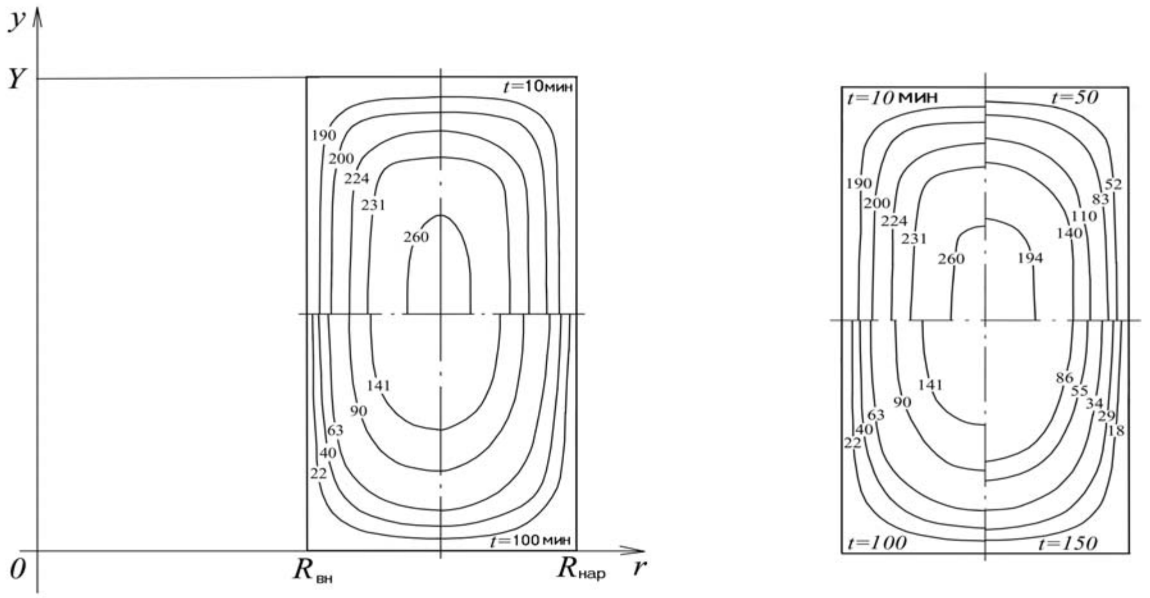
Численная реализация системы (1) – (3) проводится на основе трехслойной явной разностной схемы [4], которая характеризуется простотой, свойственной явным схемам, и позволяет, как для неявных схем, выбирать практически произвольно шаги разностной сетки. Разностная аппроксимация уравнения (1) в цилиндрических координатах на сетке $r_i = R_{вн} + ih$ ($i = 0,1,....$, $h = \text{const}$, внутренний радиус $R_{вн} \geq 0$), $y_m = mh_y$, (m = 0,1,..., $h_y = \text{const}$), $t_n = nl$ (n = 0,1,..., l>0) в соответствии с указанной схемой имеет вид

$$\left(1 + \Omega_ж\right) \frac{U^{n+1}_{жim} - U^n_{жim}}{l} - \Omega_ж \frac{U^n_{жim} - U^{n-1}_{жim}}{l} = \frac{1}{2r_{im}h^2} \left[\left(D_{ж\ i+1,m} r_{i+1,m} + D_{ж\ im} r_{im} \right) \left(U^n_{ж\ i+1,m} - U^n_{ж\ im} \right) - \right.$$
$$\left. - \left(D_{ж\ im} r_{im} + D_{ж\ i-1,m} r_{i-1,m} \right) \left(U^n_{ж\ im} - U^n_{ж\ i-1,m} \right) \right] / h^2 + \left[\left(D_{ж\ i,m+1} + D_{ж\ im} \right) \left(U^n_{ж\ i,m+1} - U^n_{ж\ im} \right) - \quad (9)$$
$$\left. \left(D_{ж\ im} + D_{ж\ i,m-1} \right) \left(U^n_{ж\ im} - U^n_{ж\ i,m-1} \right) \right] / h_y^2 - \gamma_V \left[\exp\left(\frac{A}{R_у T} \right) - 1 \right]^{-1} (1 - \varphi).$$

Весовой параметр разностного уравнения $\Omega_ж \geq 0$ устраняет ограничение на шаг по времени. Его значение выбирается после построения разностной сетки исходя из условия устойчивости $l \le (1+2\Omega_ж)/[2(1/h+1/h_y)]$. Расчетный шаг по времени l определяется из условия $l \le \{l_т; l_ж; l_п\}$.

В результате численного решения системы (1) – (3) при граничных условиях (4) – (6) определялись нестационарные поля температуры, объемной концентрации жидкости и пара, а также кинетические характеристики процесса сушки капиллярно-пористого керамического тела, которое имеет форму сплошного и полого цилиндра с толщиной стенки $\delta_{ст} = R_{нар} - R_{вн} = 0{,}01$ м и высотой $Y = 0{,}02$ м. Внутренний радиус $R_{вн}$ варьировался. Сушка производилась нагретым воздухом. Расчеты проводились при следующих исходных значениях параметров: T_0=20 ºС; $w_с$= 3,5 м/с; $d_с$= 8 г/кг с. в.; $P_с$ =0,981·10^5 Па; U_0 =260 кг/м^3; W_0 =0,13 кг/кг; П=0,27; $\lambda_т$=0,78 Вт/(м·K); $c_т$=790 Дж/(кг·K); $\rho_т$ =2629 кг/м^3; $\varphi_с$=0,1045; α=26 Вт/(м^2·K); γ_D =1,3·10^{-9} м^2/с, $\gamma_п$ =0,58·10^{-6} Н/(с·K$^{3/2}$); A = A_D = 0,4205·10^8 Дж/кмоль. Коэффициенты тепло- и масообмена на внешней поверхности цилиндра принимались одинаковыми.

На рис. 1(а) изображено распределение концентрации жидкости в осевом сечении керамической цилиндрической стенки тела, когда $R_{вн} = \delta_{ст}$, в разные моменты времени. С уменьшением $R_{вн}$ отвод выпаренной влаги от внутренней поверхности цилиндрического тела усложняется, что приводит к еще большему нарушению симметрии изолиний объемной концентрации относительно вертикальной оси, а также к увеличению продолжительности сушки.



а) $R_{вн} = \delta_{ст}$ б) $R_{вн} = 1$ м

Рис. 1. Изолинии объемной концентрации жидкости в стенке цилиндрического керамического тела с внутренним радиусом $R_{вн}$ в разные моменты времени. $T_с$= 50 ºС.

На рис. 1(б) представлены изолинии объемной концентрации жидкости в разные моменты времени, когда внутренний радиус $R_{вн}$ существенно превышает другие размеры тела. При таких условиях изолинии являются симметричными относительно осей симметрии сечения.

Численные эксперименты показали, что при $2R_{нар}/Y > 6$ время сушки сплошного цилиндра с увеличением $R_{нар}$ меняется не существенно, и практически совпадает с продолжительностью сушки бесконечной пластины толщиной Y.

На рис. 2. представлены графики изменения среднего влагосодержания для керамического тела в форме сплошного цилиндра с размерами $R_{нар} = 0{,}04$ м и $Y = 0{,}012$ м, найденный в результате расчета на базе представленной выше математической модели, и в форме бесконечной пластины толщиной $Y = 0{,}012$ м, полученный экспериментальным путем. Результаты численного и физического моделирования довольно хорошо согласовываются, что свидетельствует об адекватности представленной методики расчета

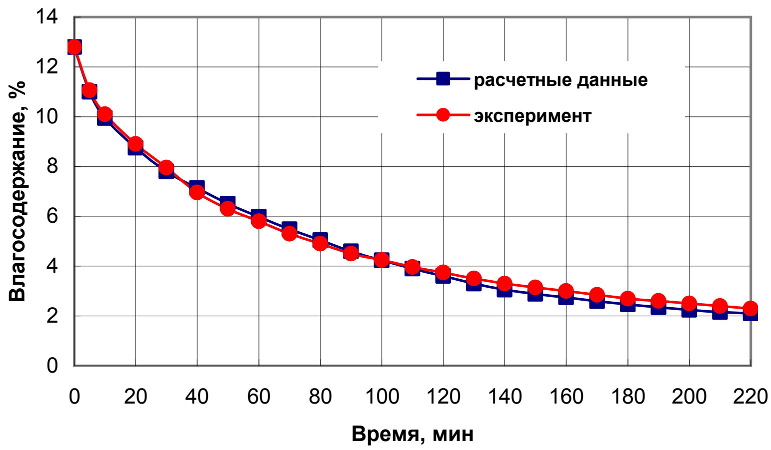
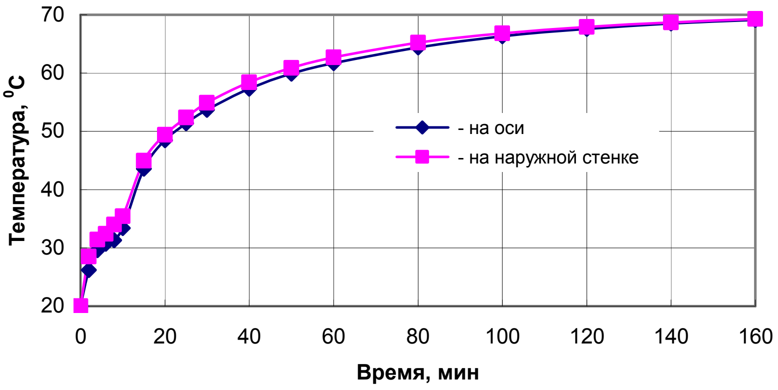
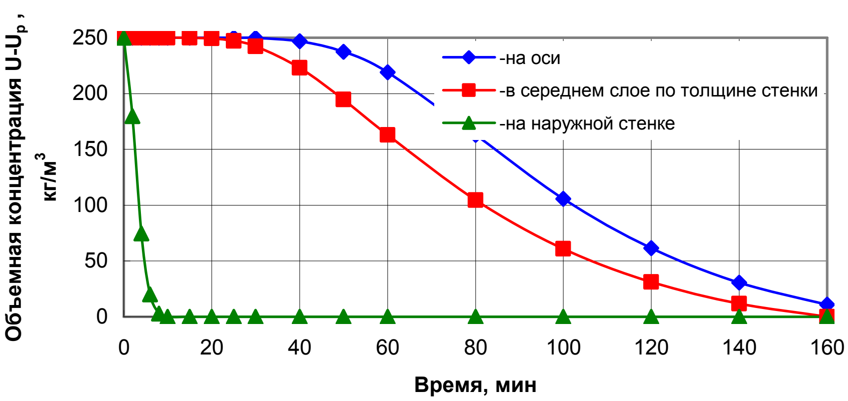


Рис. 2. Изменение в времени среднего влагосодержания W при сушке керамических сплошного цилиндра и бесконечной пластины теплоносителем с параметрами $T_с$= 50 ºC; $w_с$ = 3,5 м/с; $d_с$ = 8 г/кг с. в.

На рис.3 представленные графики изменения температуры T (а) и избыточной объемной концентрации жидкости $U_ж - U_р$ (б), где $U_р$ – равновесное значение, в характерных точках среднего сечения по высоте сплошного цилиндра с размерами $R_{нар} = 0{,}01$ м и $Y = 0{,}02$ м. Обезвоживание осуществлялось теплоносителем с параметрами $T_с$= 70 ºC; $w_с$ = 3,5 м/с; $d_с$ = 8 г/кг сухого воздуха. Максимальные перепады температуры и объемной концентрации жидкости в теле наблюдаются в первом периоде сушки. Для керамических изделий этот период является наиболее опасным с точки зрения трещинообразования. Определение параметров теплоносителя, при которых градиенты температуры и концентрации жидкости не превышают предельно допустимых значений для глин данного месторождения позволит избежать возникновения трещин при сушке и обжиге керамических изделий.



а)



б)

Рис.3. Графики изменения температуры (а) и избыточной объемной концентрации жидкости (б) в характерных точках среднего сечения по высоте сплошного цилиндра.

Выводы

Сопоставление результатов численного моделирования с полученными экспериментальными данными свидетельствует о возможности использования представленной методики для расчета динамики тепло- и массопереноса при сушке капиллярно-пористых систем с целью выбора оптимальных технологических параметров процесса.

Литература

1. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н. Математическая модель и метод расчета тепломассопереноса и фазовых превращений в процессах сушки. // Пром. теплотехника. – 2001.–Т. 23. № 3. –С. 65–73.

2. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н. Математическая модель и метод расчета тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки в процессах сушки. //Доп. НАН України.– 2002. – №9. – С.81 – 89.
3. Никитенко Н.И. Проблемы радиационной теории тепло - и массопереноса в твердых и жидких средах. Инж.-физ. журн.// – 2000. – Т. 73. – № 4. – С. 851 – 860.
4. Никитенко Н.И.Теория тепломассопереноса. Киев: Наук. думка, 1983. – 352 с.