

## ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН В РЕОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТИ

**Н.В. Селиванов, Кузьмин С.И., О.Н. Селиванова**

Астраханский государственный технический университет,

*Проведено численное исследование гидродинамики и теплообмена в реологических системах при ламинарной вынужденной конвекции у пластины (стенки) с учетом изменения вязкости жидкости с температурой. Выявлено влияние относительной вязкости жидкости и показателя нелинейности среды. Получены уравнения для расчета локальных средних чисел Нуссельта и коэффициентов трения.*

### **Ключевые слова:**

Реология, гидродинамика, теплообмен и трение, поле скоростей и температур, степенная реологическая модель, переменная вязкость.

### **Обозначения:**

$x, y$  – продольная и поперечная к поверхности координаты, м;  $u$  и  $v$  продольная и поперечная составляющие скорости, м/с;  $t$  – температура, К;  $a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $\mu$  – динамическая вязкость, Па·с;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $K$  – мера консистенции, (Па·с) <sup>$n$</sup> ;  $\dot{\gamma}$  – скорость деформации сдвига, 1/с;  $n$  – показатель нелинейности среды (индекс течения);  $C_f = \frac{2\phi_x}{cu^2}$  – коэффициент трения;  $T^* = (T_c - T_{ж})/T_{ж}$ ;  $\bar{m} = \mu_{ж}/\mu_c$  –

параметр относительной вязкости;  $\tilde{Re}_x = \frac{u_{ж}^{2-n} x^n c}{M_{ж}^n}$  и  $\tilde{Pr}_x = \frac{u_{ж} x}{a} Re_x^{-2/(1+n)}$  – числа подобия

Рейнольдса и Прандтля;  $i(z) = \frac{t - t_{ж}}{t_c - t_{ж}}$ ;  $z = ux^{-1/(1+n)} \left[ \frac{u_{ж}^{2-n}}{n(1+n)M^n} c \right]^{1/(1+n)}$

### **Введение**

Потребности современного производства – энергетика (высокотемпературные теплоносители на основе полимеров и суспензий, пасты и суспензии ядерного горючего, высококонцентрированные наполненные ракетные топлива и топливные смеси), массовое производство и переработка синтетических и природных материалов (в частности, строительных), нефтедобыча и нефтехимия, фармацевтическое, пищевое, бумажное, лакокрасочное производства стимулируют исследования и инженерные разработки по реодинамике и тепломассообмену реологически сложных сред.

Кроме больших прямых затрат на переработку таких материалов, на них затрачивается значительное количество различных видов энергии, в частности тепловой. Обоснованный выбор и эффективное использование энергетического оборудования, систем переработки и транспортировки реологически сложных текучих сред (в первую очередь высоковязких) представляются, с энергетической точки зрения, важной народнохозяйственной проблемой. Надежность и повышение эффективности энергетического оборудования напрямую зависит от всесторонних исследований процессов гидродинамики и теплообмена в рабочих жидкостях.

Конвективному теплообмену в неньютоновских жидкостях посвящено ряд работ [1-11]. Большинство работ посвящено исследованиям гидродинамики и теплообмену без учета температурного фактора. В [11] исследовано влияние переменной вязкости реологических сред на теплообмен и трение. Поэтому в данный момент ощущается недостаток исследований по влиянию переменных физических свойств жидкости на теплообмен и гидродинамику.

В данной работе излагаются результаты исследований локального теплообмена и трения при вынужденной конвекции неньютоновских жидкостей у изотермической поверхности, как охлажденной, так и нагретой по отношению к омывающей ее среде

при этом использовалась степенная реологическая модель:  $\phi = M_{\text{ж}}^n \left( \frac{M}{M_{\text{ж}}} \dot{\gamma} \right)^n$ .

## 1. Постановка задачи

Система дифференциальных уравнений конвективного теплообмена в приближении Буссинеска при вынужденной конвекции с учетом переменной вязкости следующая [1]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{K}{c} \frac{\partial}{\partial y} \left( \left[ \frac{M}{M_{\text{ж}}} \right]^n \frac{\partial u}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \right), \quad (1)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (2)$$

$$\text{Граничные условия: } y = 0: u = v = 0 \text{ и } t = t_c; y \rightarrow \infty: u \rightarrow u_{\text{ж}} \text{ и } t = t_{\text{ж}}. \quad (3)$$

В целях приведения уравнений к безразмерному виду использовались обобщенные числа подобия Рейнольдса и Прандтля, а также переменные подобия согласно [1]. Необходимые преобразования приводят к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left[ \left( \frac{M}{M_{\text{ж}}} f''(z) \right)^n \right]' + n f(z) f''(z) = 0 \quad (4)$$

$$f''(z) + \tilde{Pr} f(z) f'(z) = 0, \quad (5)$$

$$\eta = 0: f(\eta) = 0, f'(z) = 0, \theta(\eta) = 1; \eta \rightarrow \infty: f'(z) = 1, \theta(\eta) = 0. \quad (6)$$

Зависимость вязкости от температуры, определяется, выражением:

$$\frac{M}{M_{\text{ж}}} = \left( \frac{M_{\text{ж}}}{M_c} \right)^{\frac{(1+T^*)\eta}{1+T^*}}, \quad (7)$$

## 2. Численное моделирование

Решения систем дифференциальных уравнений (4) –(6) получены численно методом Рунге-Кутты 4-го порядка с помощью стандартной программы в среде математического пакета Mathcad 2001 в диапазоне изменения параметров:  $\bar{M} = \mu_{\text{ж}}/\mu_c = 0,005 - 10$ ;  $n = 0.1 - 2.5$ ;  $T^* = 0.5$ ;  $\tilde{Pr} = 10 - 10^4$ . Недостающие граничные условия на стенке устанавливались методом подбора.

### 3. Анализ результатов решений

Анализ полученных решений при  $\bar{m} = 1$  позволил выявить влияние реологии на гидродинамику и теплообмен. Профили скорости и температуры для этого случая при различных значениях показателя нелинейности среды приведены на рис. 1 и 2 соответственно для  $\tilde{Pr} = 10$  и  $\tilde{Pr} = 1000$ . В целом влияние  $n$  на динамические параметры пограничного слоя значительно больше, чем на тепловые.

С уменьшением реологического параметра  $n$  толщина динамического пограничного слоя увеличивается. Толщина теплового пограничного слоя с понижением  $n$  также увеличивается, но масштаб этих изменений мал по сравнению с изменениями толщины динамического пограничного слоя, что совпадает с анализом дифференциального уравнения (5).

Профили скорости при уменьшении  $n$  становятся менее заполненными (более пологими), но форма кривых практически не изменяется. На температурные профили показатель неньютоновского поведения среды не оказывает столь сильного влияния, как на профили скорости.

Градиенты скорости и температуры с понижением  $n$  уменьшаются по всей толщине слоя. Полученные результаты совпадают с результатами решений [1, 8] для постоянных физических свойств жидкости.

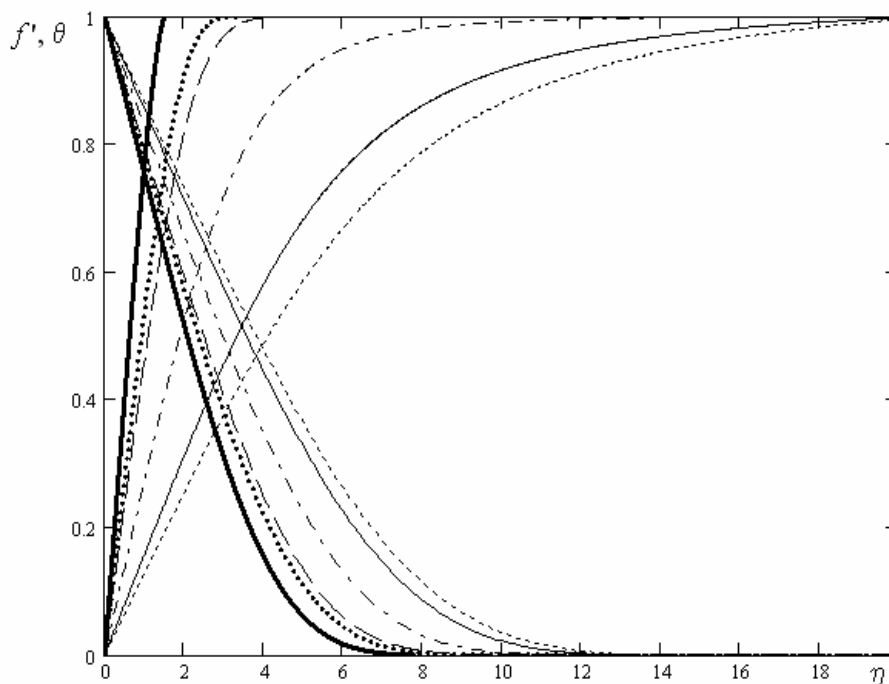


Рис. 1. Влияние показателя нелинейности среды на профили скорости и температуры в случае постоянных физических свойств жидкости.  $\tilde{Pr} = 10$ . Масштаб отображения температурных профилей в направлении, перпендикулярном стенке, увеличен в 5 раз. — — — — —  $n = 2.5$ ; .....  $n = 1.25$ ; - - - - -  $n = 1$ ; - · - · -  $n = 0.5$ ; — — — — —  $n = 0.25$ ; .....  $n = 0.1$

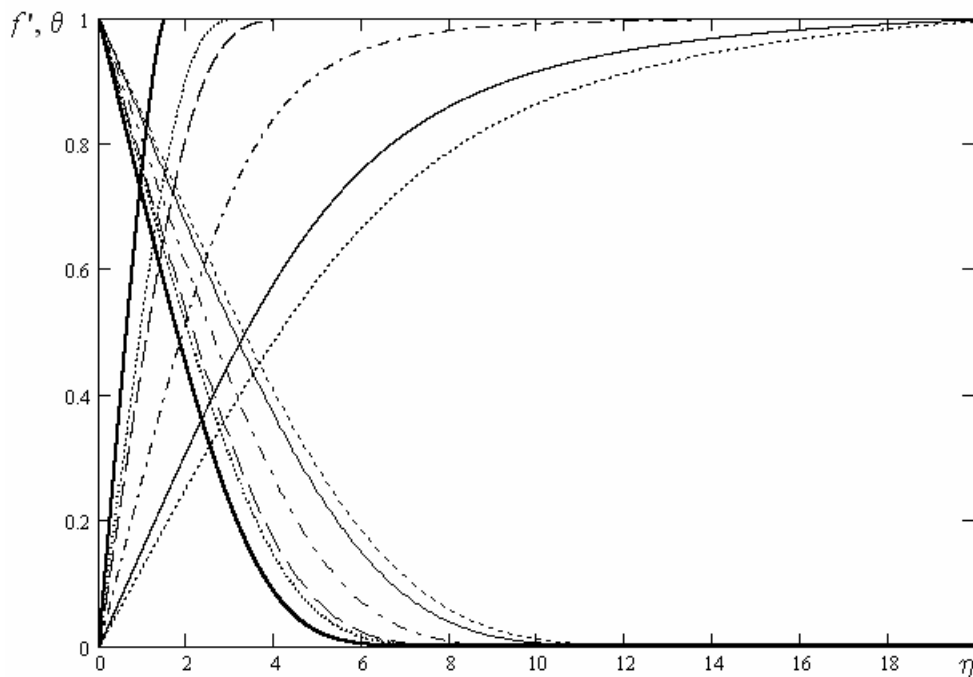


Рис. 2. Влияние показателя нелинейности среды на профили скорости и температуры в случае постоянных физических свойств жидкости.  $\tilde{Pr} = 1000$ . Масштаб отображения температурных профилей в направлении, перпендикулярном стенке, увеличен в 20 раз. — — — — —  $n = 2.5$ ; .....  $n = 1.25$ ; - - - - -  $n = 1$ ; - · - · -  $n = 0.5$ ; — — — — —  $n = 0.25$ ; .....  $n = 0.1$

На рис. 3 и 4 представлено влияние переменной вязкости жидкости на профили скорости и температуры дилатантных сред ( $n = 1.25$ ) соответственно для значений  $\tilde{Pr} = 10$  и  $\tilde{Pr} = 1000$ . При охлаждении жидкости у стенки деформация профилей скорости и температуры происходит в сторону уменьшения их градиентов на стенке, а при нагревании градиенты на стенке возрастают, по сравнению со случаем, когда физические свойства жидкости постоянны. Толщина теплового пограничного слоя при охлаждении растет, а при нагревании – уменьшается.

Изменения параметра  $\bar{\mu}$  сказываются на динамическом пограничном слое сильнее, чем на тепловом. Анализ полученных результатов показал, что на тепловые параметры более сильное влияние оказывает относительная вязкость, по сравнению с показателем нелинейности  $n$ , а на динамические параметры – наоборот. С ростом  $\bar{\mu}$  толщина теплового пограничного слоя уменьшается, а толщина динамического пограничного слоя практически не зависит от переменной вязкости.

Профили температуры с уменьшением  $\bar{\mu}$  становятся более пологими. Чем меньше данный параметр, тем выше проходит температурная кривая. Профили скорости при  $\bar{\mu} < 1$  постепенно деформируются, на них появляется точка перегиба, кривые приобретают S-образную форму, которая становится все более выраженной. S-образный профиль скорости наблюдается и у ньютоновских жидкостей ( $n = 1$ ) в том же диапазоне изменения относительной вязкости [12], что говорит о наличии у охлажденной поверхности малоподвижного слоя, но у дилатантных жидкостей эффект «ползущего» течения проявляется гораздо сильнее.

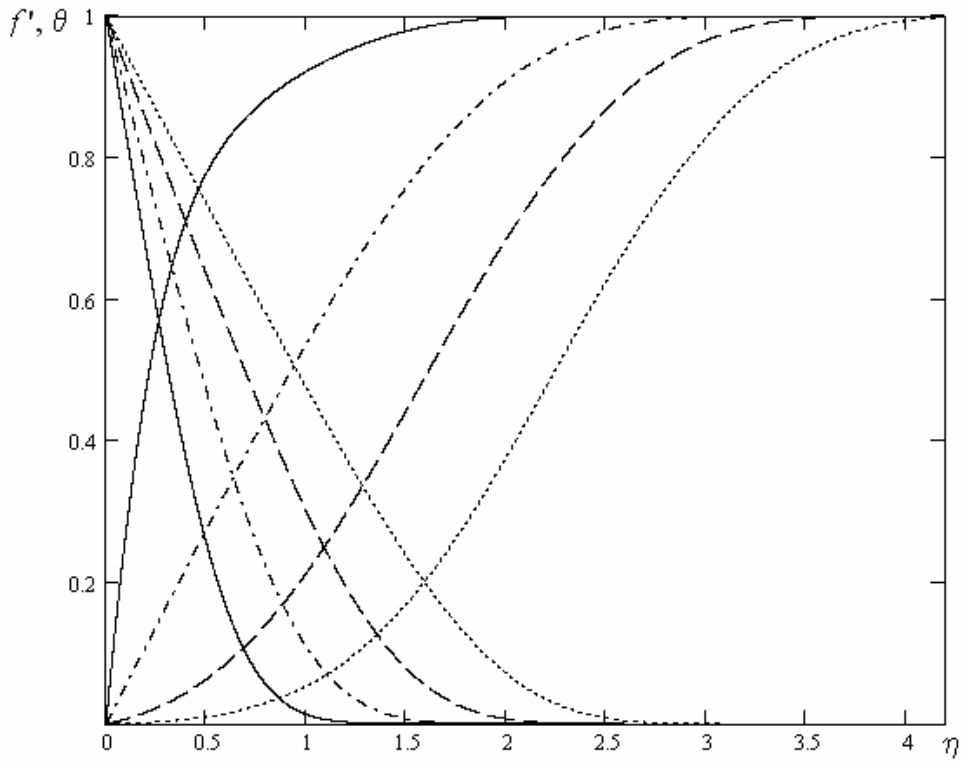


Рис. 3. Влияние переменной вязкости на профили скорости и температуры дилатантных жидкостей ( $n = 1,25$ ).  $\tilde{Pr} = 10$ ; —  $\bar{\mu} = 10$ ; - - -  $\bar{\mu} = 1$ ; - · - ·  $\bar{\mu} = 0.1$ ; ·····  $\bar{\mu} = 0.01$

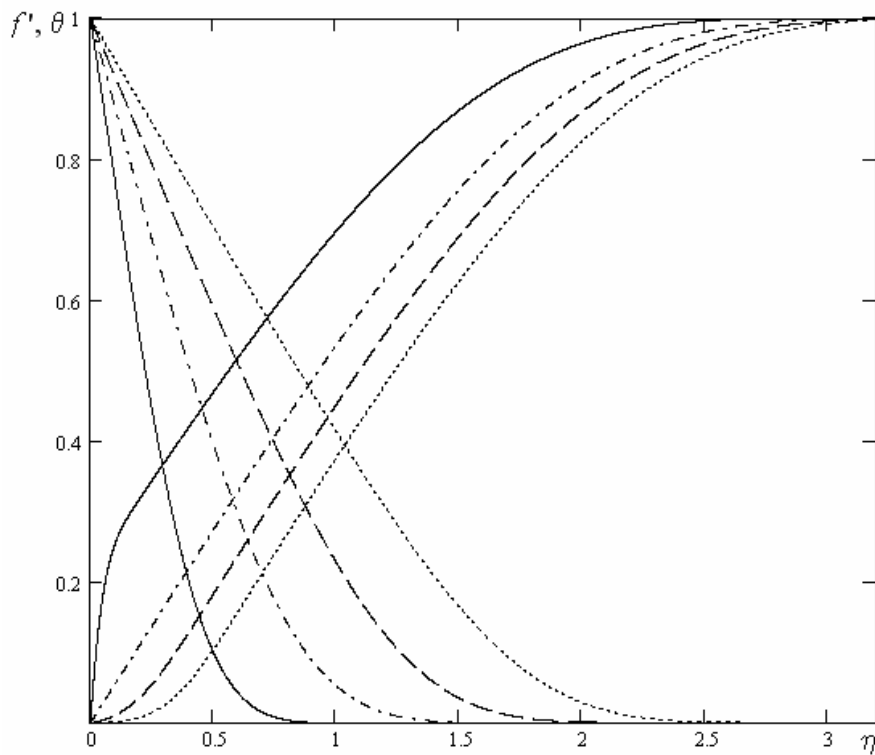


Рис. 4. Влияние переменной вязкости на профили скорости и температуры дилатантных жидкостей ( $n = 1,25$ ).  $\tilde{Pr} = 1000$ . Масштаб отображения температурных профилей в направлении, перпендикулярном стенке, увеличен в 4 раза. —  $\bar{\mu} = 10$ ; - - -  $\bar{\mu} = 1$ ; - · - ·  $\bar{\mu} = 0.1$ ; ·····  $\bar{\mu} = 0.01$

Более выраженный S-образный профиль скорости снижает устойчивость ламинарного течения дилатантных сред по сравнению с ньютоновскими жидкостями, что может привести к отрыву пограничного слоя или вызвать более ранний переход к турбулентному течению. А для отдельно взятой дилатантной среды то же самое имеет место при стремлении градиента скорости к нулю с уменьшением параметра  $\bar{\mu}$ .

При малых значениях индекса течения  $n$  влияние  $\bar{\mu}$  уменьшается (рис. 5 и 6), причем S-образный прогиб профиля скорости становится незаметным. В остальном для псевдопластиков ( $n < 1$ ) справедливо все сказанное выше для дилатантных жидкостей ( $n > 1$ ).

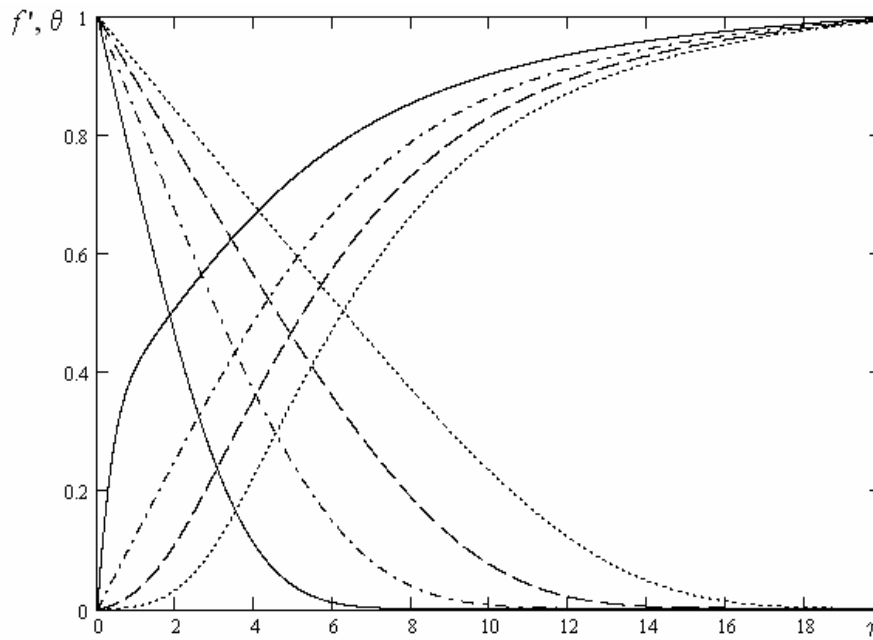


Рис. 5. Влияние переменной вязкости на профили скорости и температуры псевдопластичных жидкостей ( $n = 0,1$ ).  $\tilde{Pr} = 10$ . Масштаб отображения температурных профилей в направлении, перпендикулярном стенке, увеличен в 4 раза.

—  $\bar{\mu} = 10$ ; - · - · -  $\bar{\mu} = 1$ ; - - - -  $\bar{\mu} = 0.1$ ; ······  $\bar{\mu} = 0.01$

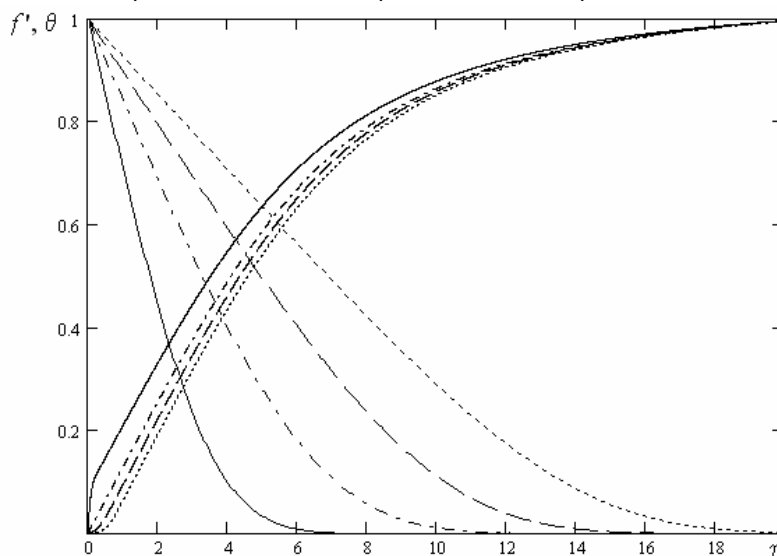


Рис. 6. Влияние переменной вязкости на профили скорости и температуры псевдопластичных жидкостей ( $n = 0,1$ ).  $\tilde{Pr} = 1000$ . Масштаб отображения температурных профилей в направлении, перпендикулярном стенке, увеличен в 20 раз.

—  $\bar{\mu} = 10$ ; - · - · -  $\bar{\mu} = 1$ ; - - - -  $\bar{\mu} = 0.1$ ; ······  $\bar{\mu} = 0.01$

#### 4. Обобщение результатов численных решений

Анализ результатов решений показал, что влияние переменной вязкости на градиенты скорости и температуры на стенке достаточно надежно оценивается параметром  $\bar{m}$ . Эти градиенты относительно постоянных свойств жидкости хорошо аппроксимируются следующими зависимостями:

$$\theta'(0)/\theta'_0(0) = Nu/Nu_0 = \bar{m}^m. \quad (8)$$

$$f''(0)/f''_0(0) = \bar{m}^k, C_f/C_{f,0} = \bar{m}^{n(k-1)}, \quad (9)$$

Относительные теплообмен и трение при переменной вязкости жидкости в пределах погрешностей расчетов не зависят от показателя структурной вязкости и практически не зависят от числа Прандтля (рис. 7), а средние показатели степени относительной вязкости в выражениях (8), (9) с погрешностью не более  $\pm 2\%$  равны:  $k = 1$ ,  $m = 0.165$ , а при нагревании жидкости у стенки  $m = 0.25$ . Из второго выражения (9) следует, что переменная вязкость не оказывает влияния на трение у охлажденной поверхности.

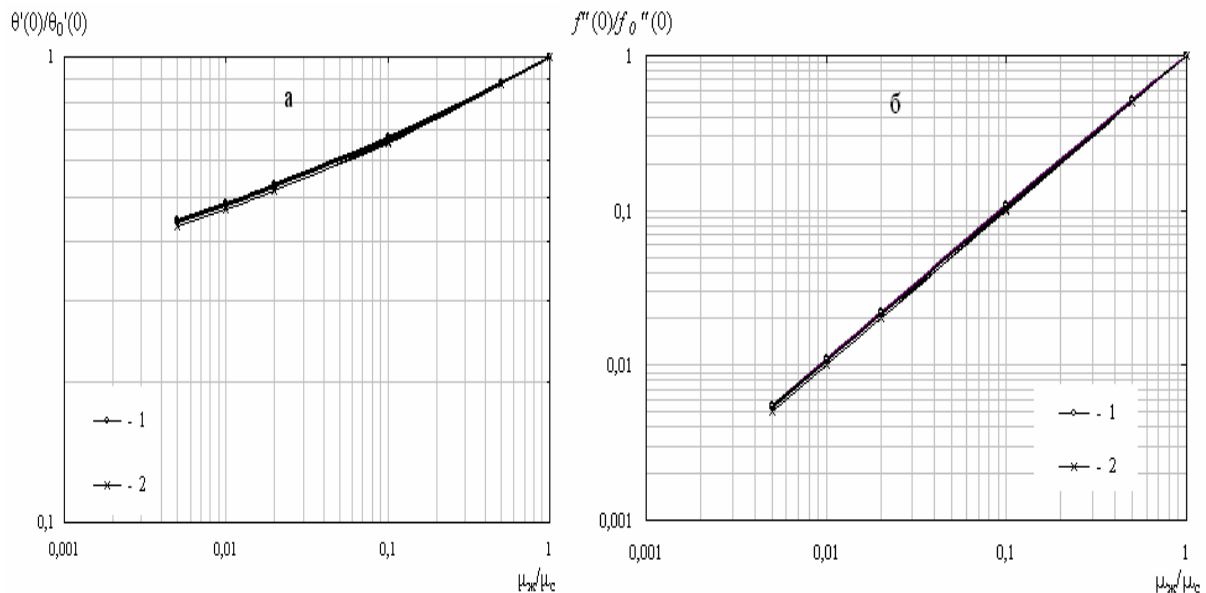


Рис. 7. Зависимость относительных градиентов температуры (а) и скорости (б) на стенке от переменной вязкости при различных  $n$ . 1 –  $n = 0.1 - 2.5$ ;  $Pr = 10$ . 2 –  $n = 0.1 - 2.5$ ;  $Pr = 1000$

С использованием соотношений (8) – (9) получены критериальные уравнения для локального и среднего теплообмена и трения при обтекании плоской пластины:

$$Nu_x = \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} \tilde{Re}_x^{1/(1+n)} \bar{m}^m [-\theta'_0(0)], \quad (10)$$

$$\bar{Nu} = \left( \frac{1+n}{n} \right) \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} \tilde{Re}^{1/(1+n)} \bar{m}^m [-\theta'_0(0)], \quad (11)$$

$$C_{f,x} = 2 \left[ \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} f''_0(0) \right]^n \tilde{Re}_x^{-1/(1+n)} \bar{m}^{n(k-1)}, \quad (12)$$

$$\bar{C}_f = 2(n+1) \left[ \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} f_0''(0) \right]^n \tilde{\text{Re}}^{-1/(1+n)} \bar{M}^{n(k-1)}. \quad (13)$$

С учетом значений параметров  $f''(0)$  и  $\theta'(0)$  уравнения (10) – (13) обобщаются зависимостями (средние погрешности равны соответственно  $\pm 0.6\%$ ,  $\pm 1.7\%$ ,  $\pm 4\%$ ,  $\pm 1.5\%$ ):

$$\text{Nu}_x = \left( \frac{0.042}{n+0.043} + 0.295 \right) \tilde{\text{Pr}}_x^{1/3} \tilde{\text{Re}}_x^{1/(1+n)} \bar{\mu}^{0.165}, \quad (14)$$

$$\bar{\text{Nu}} = \left( \frac{0.429}{n-0.031} + 0.236 \right) \tilde{\text{Pr}}^{1/3} \tilde{\text{Re}}^{1/(1+n)} \bar{\mu}^{0.165}, \quad (15)$$

$$C_{fx} = \left( \frac{1.450}{n+0.538} - 0.254 \right) \tilde{\text{Re}}_x^{-1/(1+n)}, \quad (16)$$

$$\bar{C}_f = \left( \frac{2.477}{n+1.106} + 0.169 \right) \tilde{\text{Re}}^{-1/(1+n)}. \quad (17)$$

В монографии [1] в аналогичном случае обтекания непроницаемой пластины получены автомодельные численные решения динамического уравнения и на их основе предложена обобщенная формула для расчета среднего коэффициента трения при постоянной вязкости жидкости:

$$\bar{C}_f = (2.266 - 1.215n + 0.277n^2) \tilde{\text{Re}}^{-1/(1+n)}. \quad (18)$$

На рис. 8 приведены зависимости величины  $\bar{C}_f \tilde{\text{Re}}^{1/(1+n)}$ , рассчитанной по формулам (17) и (18), от показателя нелинейности среды  $n$ . Прослеживается хорошее соответствие результатов.

Очевидно, что при вычислении характеристик поверхностного трения и конвективного теплообмена тел, омываемых капельными жидкостями, в частности неньютоновскими, наиболее трудной операцией является нахождение локальных значений градиента скорости на стенке. Эта величина  $v_1(x, n) = (\partial u / \partial y)_{y=0}$ , называемая динамическим форм-параметром, зависит от продольной координаты в пограничном слое, закона изменения внешнего потенциального течения и реологических свойств среды.



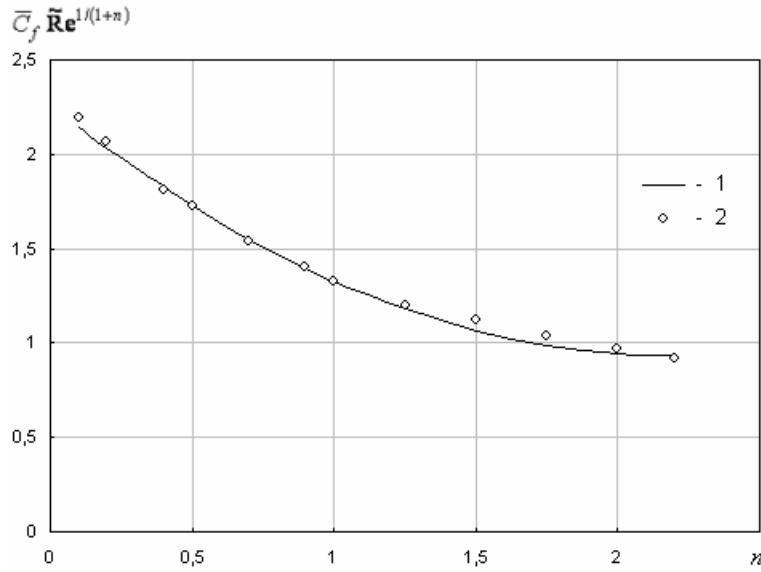


Рис. 8. Зависимость величины  $\bar{C}_f \tilde{Re}^{1/(1+n)}$  от индекса течения  $n$ . 1 – расчет по формуле (24); 2 – расчет по формуле (23).

Таким образом, для вычисления величины автомодельного динамического форм-параметра по формуле (25) достаточно знать только реологическую характеристику  $n$ . Динамический форм-параметр  $\beta_1$  определяется равенством:

$$v_1(x, n) = \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = u_{ж} f''(0) \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_{y=0} = u_{ж} x^{-1/(1+n)} \left[ \frac{c u_{ж}^{2-n}}{m^n n(n+1)} \right] f''(0). \quad (19)$$

Трение на стенке пластины:

$$\Phi_x = m^n \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}^n = c u_{ж}^2 \left[ \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} f''(0) \right]^n \tilde{Re}_x^{-1/(1+n)}. \quad (20)$$

Локальный коэффициент трения:

$$C_{fx} = 2 \left[ \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^{1/(1+n)} f''(0) \right]^n \tilde{Re}_x^{-1/(1+n)}. \quad (21)$$

На рис. 9 приведены зависимости безразмерного форм-параметра от индекса течения  $n$ , где приближенные величины  $f''(0)$  сопоставлены с их точными значениями, полученными численным путем Берковским [7], а также в настоящей работе. Выражение (19) гарантирует точность в среднем 1 % во всем теоретически возможном диапазоне изменения  $n$ . В наиболее важном интервале  $0.5 \leq n \leq 1.5$  отклонение приближенных величин от точных значений  $f''(0)$  не выходит за пределы 0.2 %.

На рис. 10 представлены результаты сравнения приближенных [1, 9] и точных (по данным настоящего исследования) профилей безразмерной скорости для  $n = 0.5; 1; 1.5$ . Совпадение оказывается исключительно хорошим не только в пристенной области, но и вблизи верхней границы слоя.

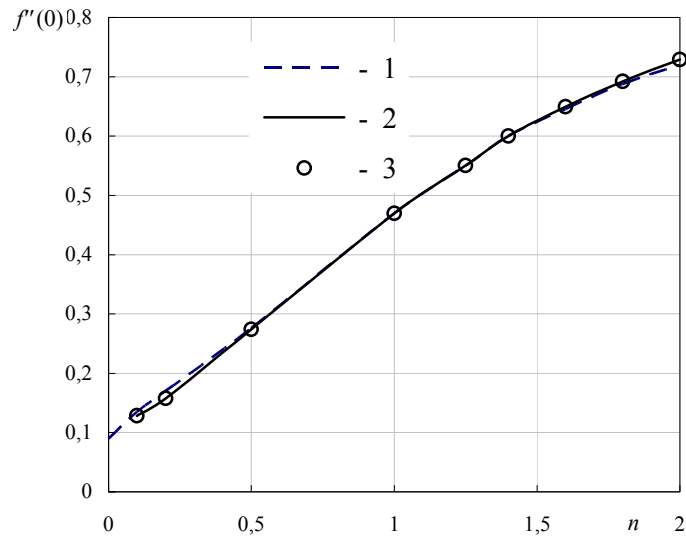


Рис. 9. Сопоставление приближенных и точных значений безразмерного динамического форм-параметра в зависимости от реологии среды. 1 – приближенные решения, 2 – точные решения [7], 3 – точные решения автора.

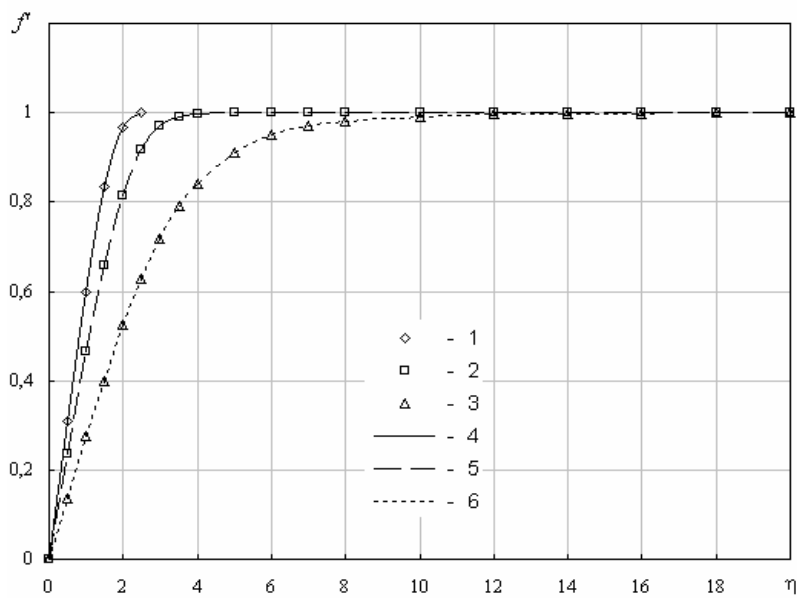


Рис. 10. Сравнение профилей скорости по точному и приближенному расчетам. Данные автора: 1 –  $n = 1.5$ ; 2 –  $n = 1$ ; 3 –  $n = 0.5$ ; 4, 5, 6 – соответствующие приближенные значения [1, 9].

В [10] для нахождения динамического форм-параметра применялся интегральный метод. В результате критериальное уравнение для расчета локальных коэффициентов трения было получено в виде:

$$C_{fx} = 2 \left[ \frac{39}{280} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{n+1} \right]^{n/(1+n)} \tilde{\text{Re}}_x^{-1/(1+n)}. \quad (22)$$

На рис. 11 сопоставлены точные и приближенные в соответствии с [10] величины локальных коэффициентов трения для разных  $n$ . Сравнение показывает, что

интегральный метод дает несколько заниженные (в среднем на 10 %) при  $0.2 \leq n \leq 1$  и завышенные (примерно на 8 %) при  $1 < n \leq 3$  величины  $C_{fx}$ .

Для слабо неньютоновских жидкостей совпадение оказывается довольно близким. Так, в диапазоне  $0.8 \leq n \leq 1,3$  отклонения от точных значений не будут выходить за пределы  $\pm 5 \%$ .

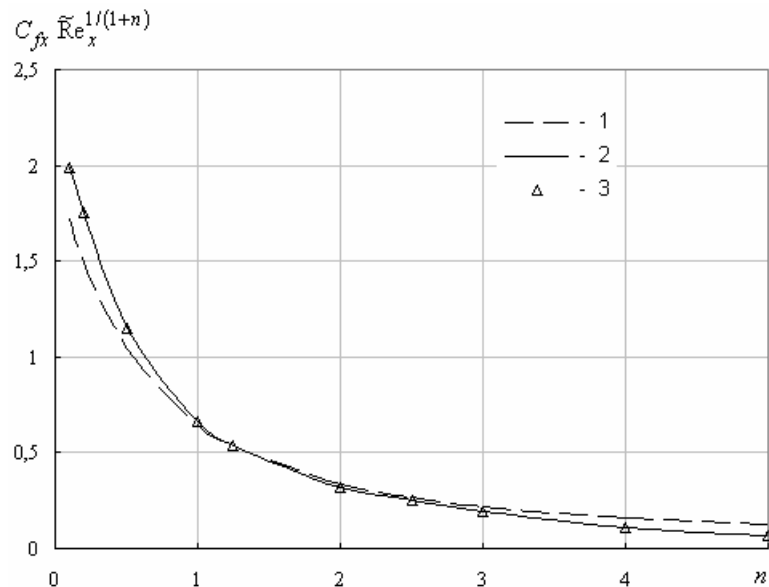


Рис. 11. Фактор трения. Сравнение точных и приближенных расчетов для продольно обтекаемой пластины. 1 – решения интегральным методом [10], 2 – точные решения автора, 3 – точные решения Шульмана [1].

Для слабо неньютоновских жидкостей совпадение оказывается довольно близким. Так, в диапазоне  $0.8 \leq n \leq 1,3$  отклонения от точных значений не будут выходить за пределы  $\pm 5 \%$ .

В литературе не обнаружено экспериментальных и теоретических исследований вынужденной конвекции неньютоновских жидкостей у охлажденной поверхности с учетом переменной вязкости. Влиянию температурного фактора на теплообмене и трение при вынужденной конвекции изучалась в [12, 13]. Для капельных жидкостей особенно сильно изменяется с температурой вязкость, другие физические свойства сравнительно слабо зависят от температуры. Согласно работе [12] локальный теплообмен для  $Pr = 100$  рассчитывается по уравнению:

$$Nu_x = 0.338 Re_x^{1/2} \cdot Pr_x^{1/3} \bar{M}^{0,18}, \quad (23)$$

а локальный коэффициент трения:

$$C_{fx} = 0.664 Re_x^{-1/2} \bar{M}^{-0,01}. \quad (24)$$

Аналогичные выражения по результатам наших решений при  $n = 1$  имеют вид:

$$Nu_x = 0.338 Re_x^{1/2} \cdot Pr_x^{1/3} \bar{M}^{0,165}, \quad (25)$$

$$C_{fx} = 0.664 Re_x^{-1/2} \bar{M}^0. \quad (26)$$

При полном совпадении числовых коэффициентов в критериальных уравнениях (23), (24) и (25), (26) наблюдается расхождение в степенях влияния параметра относительной вязкости на теплообмен – 9 % и трение – 1 %.

Влияние вязкости на теплообмен и трение по результатам наших решений несколько отличаются от результатов, полученных в работах [12,13]. Лучше согласуются результаты по влиянию на трение.

На рис. 12 приведено сопоставление результатов наших численных расчетов локального теплообмена по формуле (25) с расчетами по зависимости (23) и в работе [13]. Решения автора занимают промежуточное положение между результатами, полученными в [12] и [13]. Различие в решениях уменьшается с приближением значения параметра  $\bar{m}$  к единице.

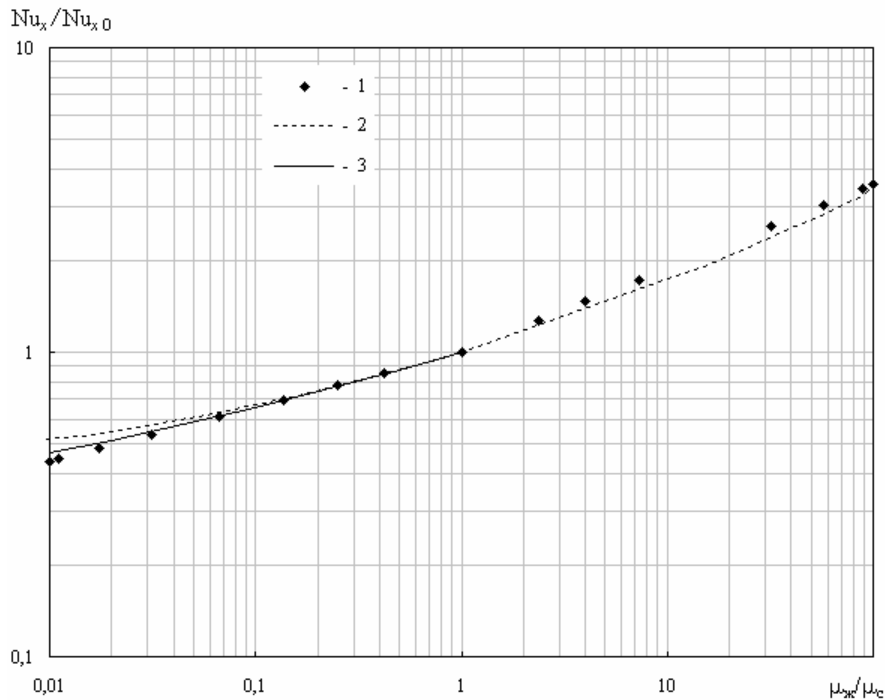


Рис. 12. Сравнение расчетных зависимостей по влиянию параметра относительной вязкости на локальный теплообмен. 1 – расчет по уравнению (23), 2 – расчет по [13], 3 – расчет по формуле (25).

## Выводы

В результате проведенных исследований вынужденной конвекции неньютоновских жидкостей у охлажденной поверхности можно прийти к следующим выводам:

1. Влияние переменной вязкости жидкости на относительные теплообмен и трение зависит только от  $\bar{m}$ . Степень воздействия данного параметра на теплообмен и трение различна, автомодельна относительно числа  $\tilde{Pr}$ , и зависит от направления теплового потока и показателя нелинейности жидкости (реологического параметра  $n$ ).
2. Зависимость вязкости жидкости от температуры не оказывает влияния на трение.
3. Влияние переменной вязкости и реологии на гидродинамику значительно больше, чем на теплообмен. Реология не оказывает воздействия на относительные теплообмен и трение.
4. При охлаждении жидкости у поверхности устойчивость ламинарного течения снижается, по сравнению с изотермическим течением. С уменьшением  $\bar{m}$  и ростом степени дилатансии эта тенденция растет.

5. Получены критериальные уравнения для расчета локальных и средних чисел Нуссельта и коэффициентов трения при ламинарной вынужденной конвекции у охлажденной пластины.
6. Полученные решения согласуются с данными других исследователей, что подтверждает полученные результаты.

### Литература

- [1] Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975. 352 с.
- [2] Динамика процессов переноса в реологически сложных средах: Сб. науч. тр. / Под ред. З. П. Шульмана. Минск: ИТМО, 1978. 172 с.
- [3] Реодинамика и конвекция: Сб. науч. тр. / АН БССР. Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова; [Редкол.: З. П. Шульман и др.]. Минск: ИТМО, 1982. 188 с.
- [4] Etemad S. Gh., Mijumdar A. S., Huang B. Laminar forced convection heat transfer of a non Newtonian fluid in the entrance region of a square duct with different boundary conditions // Heat Transfer, 1994: Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf., Brighton, 1994. Vol. 4. Rugby, 1994. P. 231 – 236.
- [5] Chang P. Y., Chou F. C., Tung C. W. Heat transfer mechanism for Newtonian and non-Newtonian fluids in 2:1 rectangular ducts // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1998. Vol. 41, № 23. P. 3841 – 3856.
- [6] Страхович К. И., Лурье С. Л. Динамические и тепловой пограничные слои в неньютоновской жидкости. В кн.: Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях. М.: Энергия, 1968. С. 61 – 68.
- [7] Берковский Б. М. Точные численные решения уравнений пограничного слоя псевдопластичных жидкостей // ИФЖ. 1965. Т. 8, № 4. С. 528 – 531.
- [8] Шульман З. П., Берковский Б. М. Пограничный слой неньютоновских жидкостей. Минск: Наука и техника, 1966. 283 с.
- [9] Шульман З. П., Берковский Б. М., Свирновская И. Л. Приближенные методы решения уравнений пограничного слоя степенных жидкостей. В кн.: Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях. М.: Энергия, 1968. С. 105 – 128.
- [10] Acrivos A., Shah M. J., Petersen E. E. A theoretical analysis of laminar forced convection heat transfer to non-Newtonian fluids // Chemic. Eng. Sci. 1965. Vol. 30. P. 101 – 108.
- [11] Селиванов Н. В., Кузьмин С. И. «Теплообмен и трение при ламинарной конвекции в неньютоновских средах с учетом переменной вязкости жидкости» // Естественные науки. Журнал фундаментальных и прикладных исследований. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2004. № 3 (9). С. 91 – 98.
- [12] Селиванов Н.В. Влияние переменной вязкости жидкости на теплообмен при ламинарной конвекции // ИФЖ. 2002. Т. 75, № 6. С. 133 – 136.
- [13] Швянчанас П. П., Макарявичус В. И., Тамонис М. М. и др. Влияние физических свойств жидкости на гидродинамику и теплообмен продольно обтекаемой пластины // Тр. АН Литовской ССР. Сер. Б. 1969. Т. 4. С. 149 – 162.