

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ НАГРЕВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ С УЧЁТОМ ТЕПЛОВОЙ "ПАМЯТИ"

Веселовский В.Б., Босенко Т.М., Горелова К.В.

Кафедра прикладной газовой динамики и теплообмена, Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск, Украина

Термоупругие превращения в металлических сплавах привлекли в последние десятилетия большое внимание исследователей в связи с открывшейся перспективой их практического использования во многих областях науки, техники, медицины и промышленности. Указанная перспектива основана на характерном свойстве сплавов, испытывающих термоупругий переход, обратимо пластически деформироваться и восстанавливать исходную (до деформации) форму. Это явление, получившее название эффекта "памяти" формы, нашло практическое применение в космической технике, ортомедицине, а также при создании ряда технических устройств. Сплавы с "памятью" формы относятся к группе так называемых "умных" функциональных материалов, поскольку позволяют управлять своим поведением и в какой-то мере программировать его. Особенно широкие перспективы применения таких материалов открываются при разработке оборудования, позволяющего стабильно воспроизводить линейные перемещения, деформации и усилия в процессе периодического многократного использования. Одно из условий стабильности работы таких устройств — термоупругость прямого и обратного превращения в материале силового элемента, что влечёт за собой учёт предыстории напряжённого состояния материала, тем самым проводится учёт тепловой "памяти".

Обработка полупроводников концентрированными потоками энергии является современной альтернативой традиционным технологиям. При применении импульсного режима воздействия в мишени вследствие больших температурных градиентов возникают сильные тепловые напряжения. Эти напряжения, с одной стороны, могут стать причиной возникновения трещин и повреждений поверхности полупроводника. С другой стороны - контролируемое поле напряжений может применяться для получения поверхности с заданной текстурой.

Температуропроводность полупроводниковых материалов с ростом температуры значительно уменьшается, что приводит к дополнительной концентрации тепла в зоне теплового воздействия. Помимо механических явлений, большие тепловые напряжения приводят также к появлению дефектов решетки, что вызывает существенное изменение электрофизических свойств полупроводников материала и, в частности, аномально высокую диффузию легирующих элементов. Тем самым определение тепловых полей и полей напряжений представляет собой несомненно важную задачу.

В работах [1-3] проведён расчёт тепловых напряжений для произвольного закона изменения упругих характеристик материала, а также показана возможность использования методики для определения условий стабильной работы агрегатов из материала с эффектом "памяти" формы и учётом тепловой "памяти". Эти исследования на основе моделей динамической термоупругости получили широкое развитие: изучены физические закономерности теплового состояния в изотропных упругих телах на основе классических феноменологий Фурье и Максвелла – Каттанео – Лыкова о конечной скорости распространения тепла в твёрдых телах; развита обобщенная теория сопряжения термомеханических полей с полями различной физической природы; сформулированы определяющие соотношения линеаризованной теории с учётом тепловой памяти [1-3].

Проблема термического удара - одна из центральных в термомеханике. В данной работе задача о тепловом ударе рассматривается в обобщенной постановке с учетом взаимосвязи тепловых и механических процессов. В этом случае учитывается взаимное влияние эффектов, обусловленных: теплопроводностью; динамическими (инерционными) членами, входящими в уравнения движения, связанностью полей деформации и температуры; тепловой инерцией (конечной скоростью распространения тепла).

Математическая модель уравнений линеаризованной термоупругости с учётом тепловой "памяти" для одномерного случая представляется в виде [2]:

$$Fo^r \frac{\partial^2 T(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} + \tau_0 \left\{ \frac{\partial T(\xi, Fo)}{\partial Fo} + \int_0^\infty \beta'(s) \frac{\partial T(\xi, Fo-s)}{\partial Fo} ds \right\} = \frac{\partial^2 T(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} + \int_0^\infty \alpha'(s) \frac{\partial^2 T(\xi, Fo-s)}{\partial \xi^2} ds + W_\xi(\xi, Fo) \left(1 + \frac{\partial}{\partial Fo} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} = \frac{\partial T(\xi, Fo)}{\partial \xi} - \Gamma \int_0^\infty \gamma(s) \frac{\partial T(\xi, Fo-s)}{\partial \xi} ds, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_z(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \sigma_z(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} = \frac{\partial^2 T(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} - \Gamma \int_0^\infty \gamma(s) \frac{\partial^2 T(\xi, Fo-s)}{\partial Fo^2} ds, \quad (3)$$

где Γ - гамма функция, $\gamma(s)$ - функция релаксации деформированного тела, $\tau_0 = \frac{\tau_r}{\tau_e}$ - определяющий комплекс; τ_r - время релаксации теплового потока, τ_e - время релаксации внутренней энергии и соответственно безразмерные времена: $Fo^r = \frac{a\tau_r}{R^2}$, $Fo^e = \frac{a\tau_e}{R^2}$; $\alpha(Fo) = \lambda_m \cdot \frac{1}{\tau_r} \cdot \exp\left(\frac{-Fo}{Fo^r}\right)$ - функция релаксации теплового потока, $\beta(Fo) = c_\varepsilon \cdot \rho \cdot \frac{1}{\tau_e} \exp\left(\frac{-Fo}{Fo^e}\right)$ - функция релаксации внутренней энергии; $T(\xi, Fo)$ - температура тела; $\sigma_z(\xi, Fo)$, $u(\xi, Fo)$ - компоненты тензоров напряжения и перемещения, удовлетворяющие основным уравнениям термомеханики: уравнениям движения, геометрическим соотношениям и физическим уравнениям (в индексных обозначениях).

Краевые условия:

$$\int_0^\infty \alpha'(s) \frac{\partial T(\xi, Fo-s)}{\partial \xi} ds \Big|_{\xi=0} = f_1(Fo), \quad \int_0^\infty \alpha'(s) \frac{\partial T(\xi, Fo-s)}{\partial \xi} ds \Big|_{\xi=1} = f_2(Fo), \quad (4)$$

$$T(\xi, Fo) \Big|_{Fo=0} = \frac{\partial T(\xi, Fo)}{\partial Fo} \Big|_{Fo=0} = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_z(0, Fo) = \sigma_z(\xi, 0) = \frac{\partial \sigma_z(\xi, 0)}{\partial Fo} = 0. \quad (6)$$

Определяющие уравнения для напряжений имеют следующий вид:

$$\frac{\partial s_{ik}}{\partial t} + u_m \nabla_m s_{ik} - \omega_{im} s_{km} + \omega_{km} s_{im} + \Lambda s_{ik} = 2\mu e_{ik} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ik} &= \varepsilon_{ik}^e + \varepsilon_{ik}^p, & \omega_{ik} &= \frac{1}{2} (\nabla_k u_i - \nabla_i u_k), \\ \varepsilon_{ik} &= \frac{1}{2} (\nabla_i u_k + \nabla_k u_i), & \sigma_{ik} &= -p \delta_{ik} + s_{ik}, \\ e_{ik} &= \varepsilon_{ik} - \frac{1}{3} (\nabla_m u_m) \delta_{ik}, & p &= -\frac{1}{3} \sigma_{km} \delta_{km}. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение (7), связывающее дивиденты тензора напряжений s_{ik} и тензора скоростей деформаций e_{ik} можно получить [3,5], если для упругой составляющей e_{ik}^e в аддитивном разложении $e_{ik} = e_{ik}^e + e_{ik}^p$ принять гипопругий закон деформирования. Рассмотрим упругопластическое полупространство $\xi \equiv \xi_1 \geq 0$, температура поверхности

которого в начальный момент времени $Fo = 0$ вследствие внешнего воздействия внезапно повышается и далее остается постоянной.

Дополнительно к условию термического нагружения рассмотрены два типа механических граничных условий: когда плоскость $X = 0$ свободна от напряжений (задача I):

$$\sigma_{11}|_{x=0} = \sigma_{12}|_{x=0} = \sigma_{13}|_{x=0} = 0. \quad (9)$$

и когда она жестко закреплена (задача II):

$$u_1|_{x=0} = u_2|_{x=0} = u_3|_{x=0} = 0. \quad (10)$$

Начальные условия

$$\sigma_{ik}|_{t=0} = \varepsilon_{ik}|_{t=0} = u_k|_{t=0} = 0, \quad T|_{t=0} = T_0, \quad (11)$$

соответствуют ненапряженному и недеформированному полупространству, которое находится в покое с однородным распределением начальной температуры и плотности.

Для большинства практических случаев применение несвязанной динамической теории термоупругости дает удовлетворительные результаты. Таким образом, в задачах о расчете температурных напряжений, вызываемых неравномерным нагревом, естественно расчленить задачу термоупругости на задачу теплопроводности и задачу определения температурных напряжений по найденному температурному полю. В то же время заметим, что учет связанности для ряда новых материалов предполагает решение связанной динамической задачи, но эти исследования еще не получили своего развития, а для областей нецилиндрического вида не проводились.

Далее, изучая структуру переноса теплоты, ограничимся одномерными задачами. На поверхности исследуемой области тепловое действие задается граничными условиями первого либо второго рода, тогда постановка задачи будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \tau_0 \frac{\partial T(X, Fo)}{\partial Fo} + Fo r \frac{\partial^2 T(X, Fo)}{\partial Fo^2} + \tau_0 \int_0^\infty \beta'(s) \frac{\partial T(X, Fo-s)}{\partial Fo} ds = \beta^*(s) \frac{\partial^2 T(X, Fo)}{\partial X^2} + \\ + \beta^*(s) \int_0^\infty \alpha'(s) \frac{\partial^2 T(X, Fo-s)}{\partial X^2} ds. \end{aligned} \quad (12)$$

Начальные условия:

$$T(X, 0) = \Phi_0(X), \quad (13)$$

$$\frac{\partial T(X, 0)}{\partial Fo} = \Phi_1(X). \quad (14)$$

Граничные условия первого рода:

$$T(0, Fo) = f_1(Fo), \quad (15)$$

$$T(1, Fo) = f_2(Fo). \quad (16)$$

Граничные условия второго рода:

$$-\int_0^{\infty} \alpha(s) \cdot \frac{\partial T(x, t-s)}{\partial x} \Big|_{x=0} ds = f_1(t), t \geq 0, \quad (17)$$

$$-\int_0^{\infty} \alpha(s) \cdot \frac{\partial T(x, t-s)}{\partial x} \Big|_{x=R} ds = f_2(t), t \geq 0. \quad (18)$$

Граничные условия второго рода указывают на тепловой нагрев. В то же время, одна из пластин теплоизолирована, а другая нагревается; такие условия отображают тепловой удар. Граничные функции имеют вид констант. Внутренние источники тепла отсутствуют. Решение задачи в безразмерном виде получено операционным методом и использованием интегрального преобразования Лапласа по временной переменной. Тогда решение будет иметь вид [4-6]:

- в случае граничных условий первого рода:

$$T(X, Fo) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_1(X, p_k)}{\Psi_1'(p_k)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_2(X, p_k)}{\Psi_2'(p_k)}, \quad (19)$$

где p_{1k} , p_{2k} - соответственно корни уравнений $\psi_1(p_{1k})=0$ и $\psi_2(p_{2k})=0$;

$$Q_1(p) = \left(Fo^r \cdot Fo^e \cdot p^3 + (2Fo^r + Fo^e)p^2 + 2p \right)^2 (X^2 - X^3) + \\ + \left(Fo^r \cdot Fo^e \cdot p^3 + (2Fo^r + Fo^e)p^2 + 2p \right) (pFo^e + 1) (6X^2 + 2 - 2X^3 - 6X) + \\ + 12(1-X) \left(pFo^e + 1 \right)^2;$$

$$Q_2(p) = 6X \left(pFo^e + 1 \right) + X^3 \left(Fo^r \cdot Fo^e \cdot p^3 + (2Fo^r + Fo^e)p^2 + 2p \right);$$

$$\Psi_1(p) = 2 \left(p \cdot Fo^e + 1 \right) \left(6 \left(p \cdot Fo^e + 1 \right) + Fo^r \cdot Fo^e \cdot p^3 + (2Fo^r + Fo^e)p^2 + 2p \right);$$

$$\Psi_2(p) = Fo^r \cdot Fo^e \cdot p^3 + (2Fo^r + Fo^e)p^2 + (6Fo^e + 2)p + 6;$$

- в случае граничных условий второго рода:

$$T(X, Fo) = f_1 \cdot \left(\frac{Fo^e + 10 \cdot (X-1)^2}{4 \cdot Fo^r} + \frac{\Phi(X, p_3) \cdot \exp(p_3 \cdot Fo)}{\Psi'(p_3)} + \frac{\Phi(X, p_4) \cdot \exp(p_4 \cdot Fo)}{\Psi'(p_4)} \right) + 1,$$

где $\Phi(X, p) = f_1 \cdot (1 - Fo^r \cdot p + \frac{(X-1)^2}{2} \cdot p \cdot (2 - Fo^e \cdot p))$,

$$\Psi(p) = p^2 \cdot Fo^r \cdot (1 - Fo^r \cdot p) \cdot (2 - Fo^e \cdot p),$$

$$p_3 = \frac{2}{Fo^e}, p_4 = \frac{1}{Fo^r} - \text{положительные корни уравнения } \Psi(p_k) = 0.$$

Таким образом, решение задачи (1) – (6) представимо в виде суммы частных решений (принцип суперпозиции), которые формируются под влиянием следующих компонент воздействия: внешних граничных условий, источников тепла по сечению пластины, начального распределения температуры [4-6]:

$$T(\xi, Fo) = \sum_{r=1}^2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}(\xi), \varphi_n] g_r^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_r(p_k)}{\Psi(\varphi_n, p_k)} \times \right. \\ \left. \times Q[\mu_{n,r}(\xi), p_k] \exp(-\gamma^2 Fo) \right\} + z^*(\xi, Fo), \quad (20)$$

где $g_r(Fo)$ – компоненты воздействия, которые характеризуют влияние неравномерного начального распределения температуры, распределение источников (стоков) тепла по сечению, учитывающие релаксацию теплового потока и внутренней энергии;

$$\Omega_n [\mu_{n,r}(\xi), \varphi_n] = \frac{\mu_{n,r}(\xi)}{\varphi_0} - \sum_{j=1}^n \Omega_{n-j} [\mu_{n-j,r}(\xi), \varphi_{n-j}] \frac{\varphi_j}{\varphi_0} \quad (21)$$

- рекуррентное соотношение, в котором комплекс $\Omega_n [\mu_{n,r}(\xi), \varphi_n]$ определяется из выражения:

$$\frac{Q[\mu_{n,r}(\xi), p]}{\Psi(\varphi_n, p)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \mu_{n,r}(\xi) \cdot p^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n \cdot p^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}(\xi), \varphi_n] \cdot p^n. \quad (22)$$

В решении (20) также присутствует полиномиальный множитель $\Psi(\varphi_n, p_k)$, вид которого определяется степенной зависимостью от параметра p :

$$\Psi(\varphi_n, p_k) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n \cdot p_k^n - \text{обобщенные целые функции, где } p_k = -\zeta_k^2 \frac{a}{R^2} - \text{обобщенный множитель, } \zeta_k - \text{корни трансцендентного уравнения } \Psi(\varphi_n, \zeta) = 0. \quad (23)$$

Вычисление составных комплексов $\Omega_n [\mu_{n,l}(X), \varphi_n]$, $Q_n [\mu_{n,l}(X), p_k]$, $\Psi(\varphi_n p_k)$, осуществляется по рекуррентным формулам (20),(21). Корни многопараметрического трансцендентного уравнения (23) находятся асимптотическим методом или по приближенным формулам [6].

Таким образом, получено частное решение:

$$z^*(\xi, Fo) = z^{*,nap}(\xi, Fo) + z^{*,zun}(\xi, Fo) + z^{*,nam}(\xi, Fo) + z^{*,инерн}(\xi, Fo), \quad (24)$$

$$z^{*,nap}(\xi, Fo) = - \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{Fo^n}{n!} \varphi^{(2n)}(\xi) - \beta^* \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{1}{n!} \int_0^{Fo} (Fo - \theta) \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} w(\xi, \theta) d\theta, \quad (25)$$

где соответственно выражения:

$$z^{*,zun}(\xi, Fo) = Fo^r \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \frac{(n+2)Fo^{n-1}}{(n-1)!} \varphi^{(2n)}(\xi) - \beta^* Fo^r \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \frac{n}{(n-1)!} \int_0^{Fo} (Fo-\theta)^{n-1} \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} w(\xi, \theta) d\theta, \quad (26)$$

$$z^{*,nam}(\xi, Fo) = Fo^e \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \frac{(n+2)Fo^{n-1}}{(n-1)!} \varphi^{(2n)}(\xi) - \beta^* Fo^e \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \frac{n}{(n-1)!} \int_0^{Fo} (Fo-\theta)^{n-1} \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} w(\xi, \theta) d\theta, \quad (27)$$

$$z^{*,unepu}(\xi, Fo) = - \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{Fo^n}{n!} \sigma^{(2n)}(\xi) - \beta^* \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{1}{n!} \int_0^{Fo} (Fo-\theta)^n \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} \sigma(\xi, \theta) d\theta +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma^n \frac{n}{(n-1)!} \int_0^{Fo} (Fo-\theta)^{n-1} \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} \gamma(\theta) d\theta. \quad (28)$$

Получены структурные решения задач нестационарной теплопроводности для элементов конструкций, математические модели которых представлены в виде систем параболических, гиперболических и интегро-дифференциальных уравнений, учитывающие фронт упругих и тепловых волн, где вследствие исследования граничных функций определена проблема скачков напряжений на фронте волны. Проведена оценка учёта величины возмущения тепловой "памяти" на общую картину тепловых напряжений, что позволяет непосредственно вычислить величину скачка напряжений на фронте термоупругой волны. Введены обобщённые безразмерные величины, позволяющие выделить дополнительные качественные и количественные характеристики исследуемых процессов. Предложены новые интегральные соотношения термоупругого дифференциального уравнения с "памятью", которые позволяют выявить все факторы, влияющие на изменение как температурной, так и деформационной картины возмущений.

Исследование тепловых напряжений и пластических деформаций проводились с учётом импульсного воздействия на материал, хотя значительных видоизменений общей картины напряжений не наблюдалось, но проблемы их математического моделирования весьма актуальны [3]. В то же время, полученные результаты свидетельствуют о том, что предложенный комбинированный способ вычисления тепловых и термоупругих полей, основанный на конечно-разностном (численный метод) и операционном (интегральный метод) подходах, может успешно применяться для задач нестационарной теплопроводности при учёте как напряжений, так и тепловой "памяти" материалов [6].

При помощи полученного решения были проведены численные параметрические исследования задачи о нагреве неограниченной пластины в условиях теплового удара и при отсутствии внутренних источников тепла. Исследованы 4 материала: AL2 состава AL+12%Si, графит, сталь марки 1X18H9T и медь. На внешней границе (изолятор) заданы граничные условия первого рода, внутренняя граница теплоизолирована.

На рисунках 1-4 представлены результаты исследований распределения температур и тепловых потоков в пластине. Выполнен сравнительный анализ решений интегро-дифференциального (1), гиперболического (2), параболического (3) уравнений (рис.1). При увеличении интервала расчета отличия между решениями стремятся к одинаковой величине [6].

На рис.2 представлено распределение температуры в сечении пластины $X=0,9$ для материалов соответственно: а) AL+12%Si; б) графит; в) 1X18H9T; г) медь. Полученный пик температуры указывает на резкое возрастание температуры в условиях интенсивного кратковременного нагрева и служит причиной разрушения материала.

На рисунках 3-4 – распределение температуры и теплового потока в пластине (толщиной а) 1.5 мм, б) 4.5 мм) при набегающем тепловом потоке $q_{\max} = 7 \cdot 10^8 \frac{Вт}{м^2}$.

Из приведенных рисунков видно, что наиболее стойким к тепловому нагреву материалом является сталь 1X18H9T. За 1X18H9T в порядке понижения стойкости можно разместить графит, AL2 состава (AL+12%Si) и медь.

Решение данной задачи при кратковременном интенсивном нагреве неограниченной пластины, к одной поверхности которой подводится тепловой поток, а другая – теплоизолирована, было проверено подстановкой полученных результатов в исходное уравнение, начальные и граничные условия.

Таким образом, разработана математическая модель теплообмена для неограниченной пластины при интенсивном кратковременном нагреве при высоких температурах. Задачи такого типа основаны на теплопроводности в средах тепловой памятью.

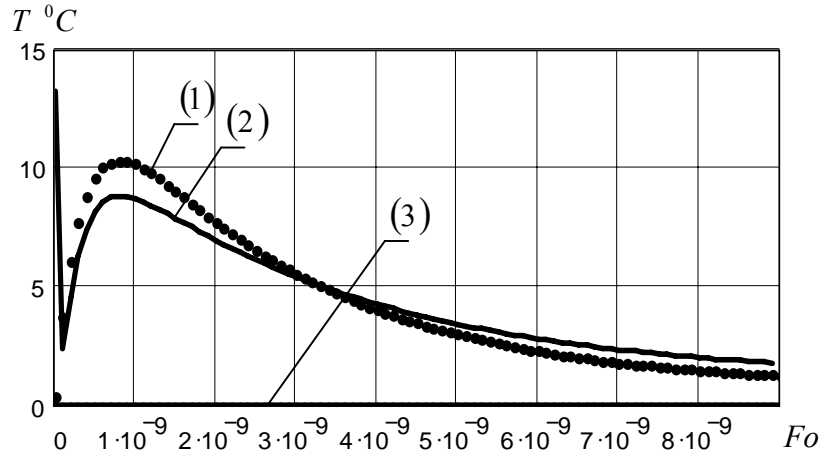


Рис.1 Температурное поле двухслойной пластины:
 материал графит АРВ-У на глубине проникновения
 $R = 10^{-4}$ м при $T_c = 500^{\circ}C$.

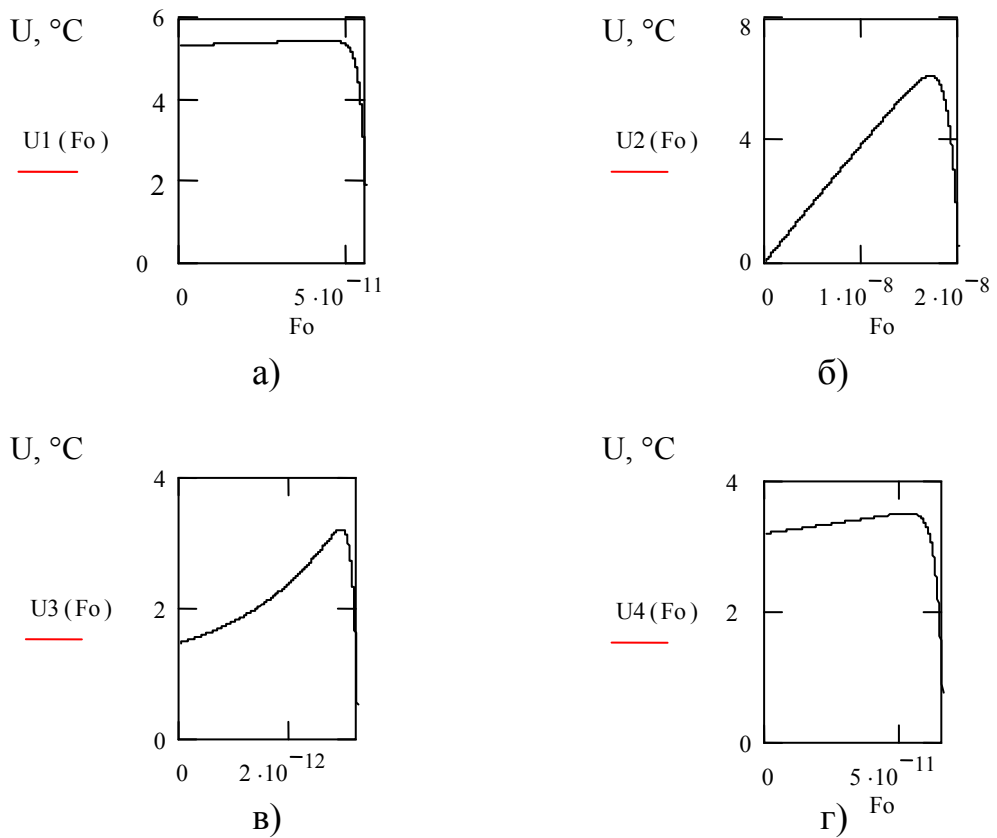


Рис.2 Температура в сечении $X=0,9$ неограниченной пластины из:
 а) $AL+12\%Si$; б) графит; в) $1X18H9T$; г) медь.

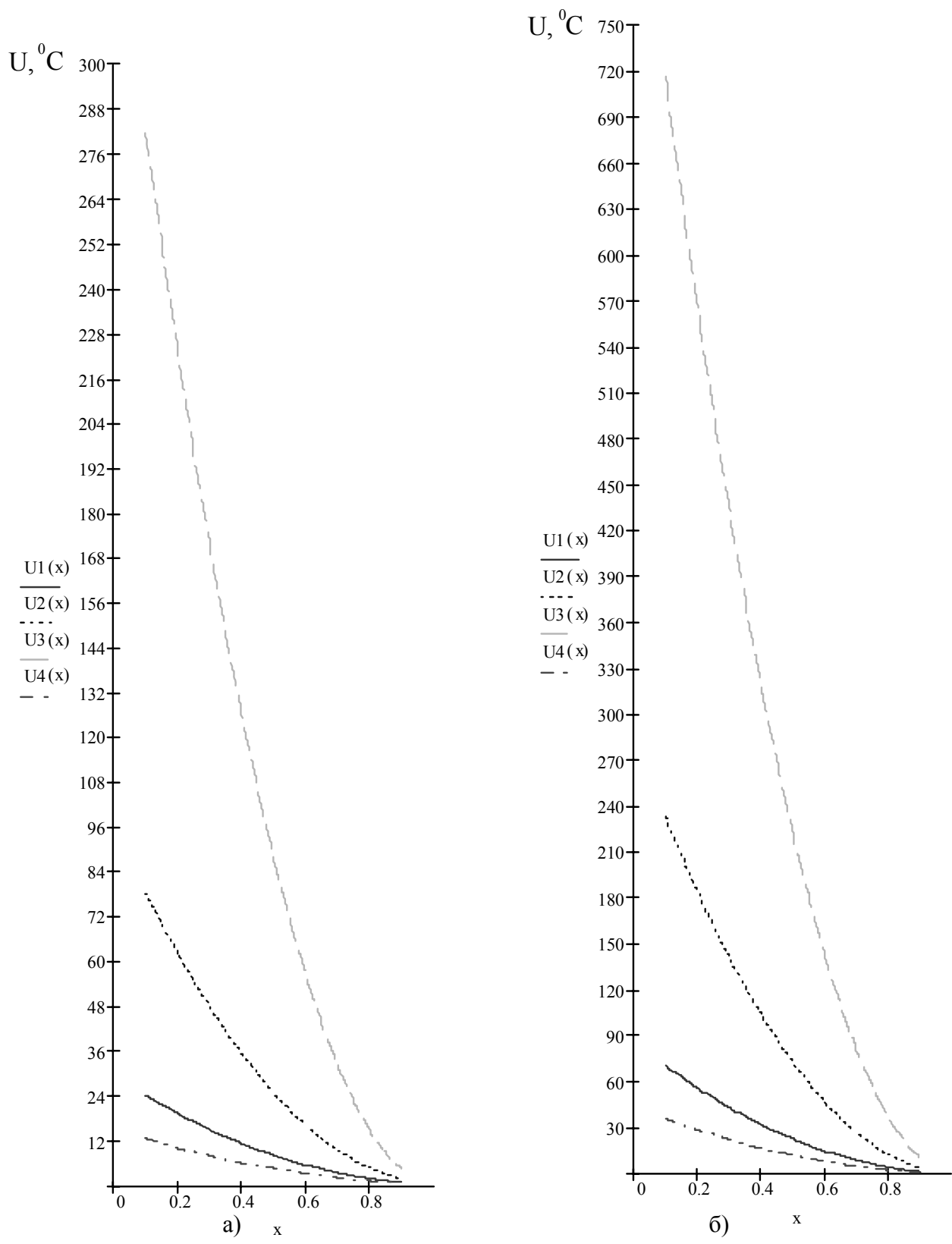


Рис. 3. Распределение температуры в пластине из А12(А1+12%Si) (U1(x)), графита (U2(x)), 1Х18Н 9Т (U3(x)), меди(U4(x)) при тепловом потоке $q_{\max} = 7 \cdot 10^8 \frac{Вт}{м^2}$ и

толщине пластины: а) 1.5 мм, б) 4.5 мм .

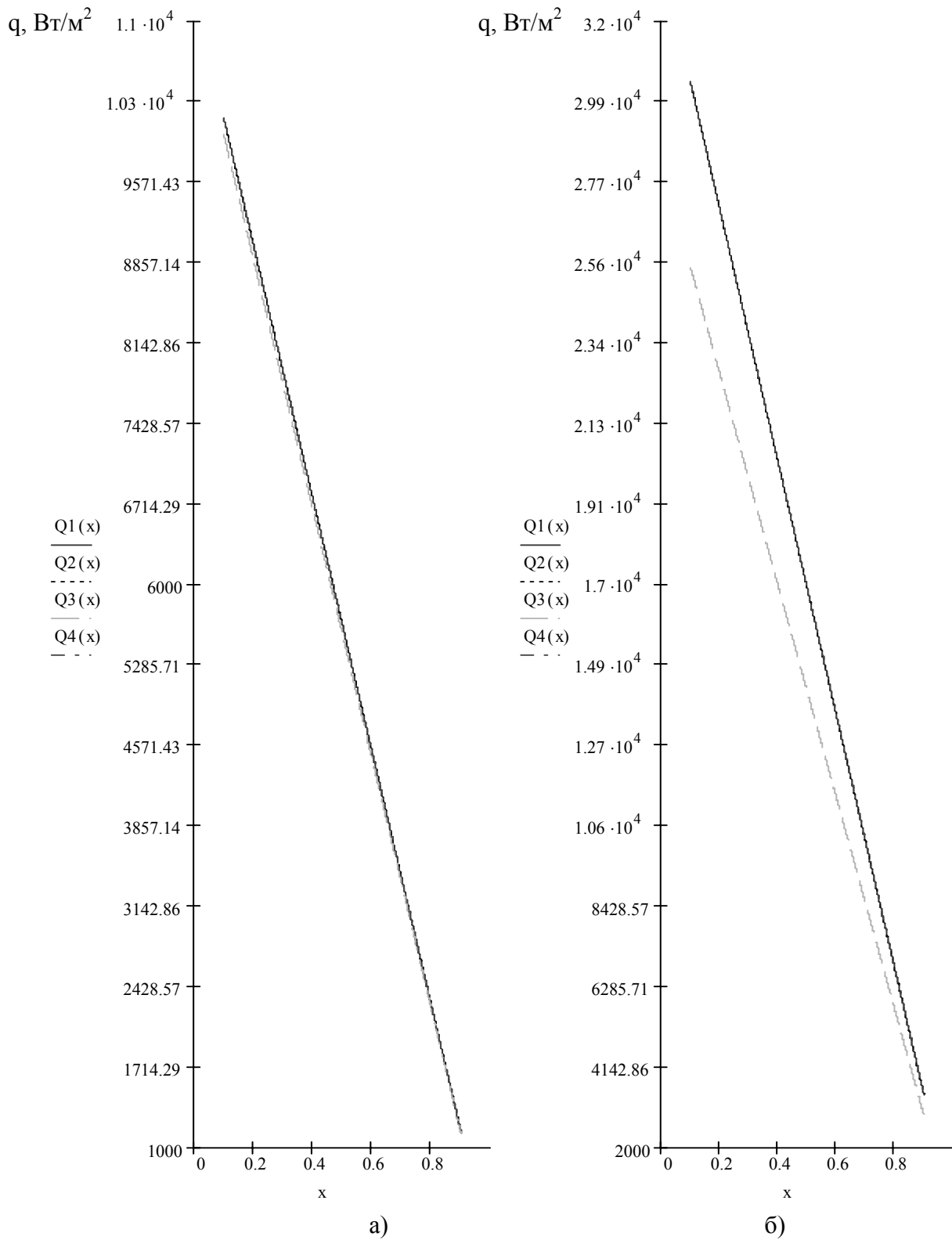


Рис. 4. Распределение теплового потока в пластине из А12(Al+12%Si) ($Q1(x)$), графита

($Q2(x)$), 1X18Н 9Т ($Q3(x)$), меди ($Q4(x)$) при тепловом потоке $q_{\max} = 7 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ и

толщине пластины: а) 1.5 мм, б) 4.5 мм .

Разработан структурный метод решения краевых задач с учетом конечной скорости распространения теплоты, позволяющий получать аналитические решения в широком диапазоне изменения времени. Применение интегрального метода теплового баланса позволило учесть влияние функций релаксации теплового потока и внутренней энергии. Выполненные расчеты являются основой для последующей качественной оценки влияния различных факторов теплотехнологического процесса и позволяют учесть их при разработке более сложных моделей.

Литература

- [1] Тихонов А.С., Герасимов А.П., Прохорова И.И. Применение эффекта памяти формы в современном машиностроении. - М.: Машиностроение, 1981.-80с.
- [2] Шашков А. Г., Бубнов В. А., Яновский С. Ю. Волновые явления теплопроводности. Системно-структурный подход. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 296 с.
- [3] Карташов Э.М., Ремизова О.И. Модельные представления термического удара при импульсных и пульсирующих тепловых нагрузках на основе обобщённого уравнения энергии. // Математическое моделирование. - Т.17(№4) – 2005. – С.81-90.
- [4] Веселовский В.Б., Босенко Т.М., Горелова К.В. Решение задач теплопроводности для составных тел при экстремальных воздействиях с учетом тепловой памяти// Вестник ХНТУ. – Херсон. – Вып.2 (28), 2007. – С. 87-92.
- [5] Горелова К.В. Численное решение задач теплопроводности при интенсификации нагрева твердых тел // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції пам'яті академіка НАН України В.І. Моссаковського «Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій». – Дн.: ДНУ – 2007. – С.319-321.
- [6] Веселовский В.Б., Босенко Т.М., Горелова К.В. Структурный метод решения задач теплопроводности для составных тел при экстремальных воздействиях с учетом тепловой памяти// Металлургическая теплотехника. – Дн: ПП Грек О.С.- 2007. – С. 44-52.