VI Minsk International Heat and Mass Transfer Forum
MIF 2008, Minsk, May 19-23, 2008

УДК 621.1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ СМЕРЧЕЙ

А.М. Гришин, О.В. Матвиенко, Ю.А. Руди

Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

В монографии [1] проведено комплексное исследование свободноконвективных течений. В [2] даны обзор и классификация различных типов вихрей, а также теория уединенных концентрированных вихрей, включая смерчи. В [3] представлены результаты экспериментальных исследований торнадоподобных течений над нагретым вращающимся диском в атмосфере неподвижного воздуха и дана классификация типов этих течений. Одним из этих типов является смерч колоннообразный концентрированый вихрь. В работах [4-5] предложена теоретическая модель формирования торнадоподобных вихрей в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости.

В [6] проведено исследование теплоотдачи с поверхности вращающегося диска. В [7] экспериментально получены некоторые закономерности образования теплового и огненного смерчей. В работах [8, 9] сформулирована математическая модель образования конвективной колонки и огненного смерча при лесных пожарах, а также приводятся некоторые результаты математического моделирования

Целью настоящей работы является усовершенствование предложенной в [3] математической модели и численное моделирование тепловых смерчей, возникающих в результате вращения нагретого диска в первоначально неподвижной среде, а также обоснование этой модели путем сравнения результатов численного моделирования с экспериментальными данными работ [3, 6, 7].

Схема физического моделирования дана в работах [3, 7]. Диаметр диска варьировался в диапазоне $D = 0.1 \div 0.4$ м. Температура диска и температура окружающей среды полагались соответственно $T_* = 400 \div 1000$ К и $T_e = 300$ К.

Математическая модель теплового смерча

Для математической постановки задачи допустим, что:

1. течение в рассматриваемой области является осесимметричным;
2. диск вращается с постоянной угловой скоростью;
3. мощность источника тепловыделения не изменяется с течением времени;
4. движение воздуха характеризуется наличием областей ламинарного, переходного и полностью турбулентного режима течения;

Для расчета характеристик движения и теплообмена используем уравнения Рейнольдса [10]. Характеристики турбулентности рассчитывались на основе двухпараметрической модели с использованием балансных уравнений для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε с учетом действия сил плавучести, малости чисел Рейнольдса [11], а также анизотропии турбулентных пульсаций [12] и учета влияния закрутки на устойчивость турбулентного течения [13]. Для описания конвекции а также процессов теплообмена использовалось уравнение теплопроводности. Плотность среды определяется с использованием уравнения состояния идеального газа. С учетом изложенного выше имеем систему уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_z}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v_r r}{\partial r}=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_z^2}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v_z v_r r}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{zz}\left(2\frac{\partial v_z}{\partial z}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r r}{\partial r}\right)\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{zr} r\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)\right]-\rho g, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho v_r}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_z v_r}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v_r^2 r}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{zr}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{rr} r\left(2\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r r}{\partial r}\right)\right)\right]-\mu_{rr}\frac{v_r}{r}+\frac{\rho v_\varphi^2}{r}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho v_\varphi}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_z v_\varphi}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v_r v_\varphi r}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{z\varphi}\frac{\partial v_z}{\partial z}\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{r\varphi} r^3\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_z}{r}\right)\right]-\frac{\rho v_r v_\varphi}{r}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t}+\frac{\partial \rho k}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v k r}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\mu}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\mu}{\sigma_k} r\frac{\partial k}{\partial r}\right]+G_k+P-D-\rho\varepsilon, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho v \varepsilon r}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} r\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right]+$$
$$+\left(C_{1\varepsilon}\left(G_k+C_{3\varepsilon}\, max(0,P)+C_1' w\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\varphi}{r}\right)\right)-C_{2\varepsilon} f_{2\varepsilon}\rho\varepsilon\left(1-C_2'\frac{k^2}{\varepsilon^2}\frac{v_\varphi}{r^2}\frac{\partial v_\varphi r}{\partial r}\right)\right)\frac{\varepsilon}{k}+E, \tag{6}$$

$$c_p\left(\frac{\partial \rho T}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_z T}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_r v T}{\partial r}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda_{zz}\frac{\partial T}{\partial z}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\lambda_{rr} r\frac{\partial T}{\partial r}\right], \tag{7}$$

$$\rho=\frac{pM}{RT}, \tag{8}$$

$$\mu_{ij}=\mu_0+K_{ij}\mu_t,\ \lambda_{ij}=\lambda_0+c_p K_{ij}\mu_t/Pr_t,\qquad (ij=zz,zr,z\varphi,rr,r\varphi,\varphi\varphi),$$

$$K_{ij}=\begin{pmatrix}1.04 & 0.01 & 1\\ 0.01 & 0.1 & 0.025\\ 1 & 0.025 & 1\end{pmatrix},\qquad \mu_t=C_\mu f_\mu \rho\frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$G_k=\mu_t\left\{2\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{v_r}{r}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\right)^2+\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\varphi}{r}\right)\right)^2\right\}$$

$$P=-\frac{\mu_{zz}}{\rho\sigma}\vec{g}\cdot grad(\rho),\qquad D=2\mu_0\left(grad\sqrt{k}\right)^2,\ E=2\frac{\mu\mu_t}{\rho}\left(div(grad(\mathbf{v}))\right)^2,$$

$$f_\mu=exp\left[-\frac{3.4}{(1+Re_t/50)^2}\right],\qquad f_2=1-0.3\,exp\left(-Re_t^2\right),\qquad Re_t=\frac{\rho k^2}{\mu\varepsilon}.$$

Для входящих в уравнения констант используются рекомендованные в [13] значения: $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_1' = 0.9$, $C_2' = 0.2$, $C_{3\varepsilon} = 0.8$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $\sigma_k = 1$, $C_\mu = 0.09$, $Pr_t = 0.7$. Значения физических параметров: вязкости, теплопроводности и теплоемкости для различных температур определялись в соответствие с данными, приведенными в [14].

Систему уравнений (1) – (8) необходимо решать с учетом следующих начальных и граничных условий:

$$t = 0: \quad v_z = 0, \quad v_r = 0, \quad v_\varphi = 0, \; k = 0, \; \varepsilon = 0, \; T = T_{in}. \tag{9}$$

При $t > 0$ на границах расчетной области выполнялись следующие условия:

$$z = 0, \; r \le D/2: \quad v_z = 0, \; v_r = 0, \; v_\varphi = \omega r, \; k = \mathrm{Tu} \cdot v_\varphi^2, \; T = T_*, \tag{10}$$

$$z = 0, \; r > D/2: \quad v_z = 0, \quad v_r = 0, \quad v_\varphi = 0, \quad T = T_e; \tag{11}$$

$$r = 0: \; \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \quad v_r = 0, \; v_\varphi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \; \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0; \tag{12}$$

$$r = R_\infty: \quad v_z = 0, \; v_\varphi = 0, \; \frac{\partial r v_r}{\partial r} = 0, \; \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \; \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0; \tag{13}$$

$$z = H_\infty: \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \; \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0, \; v_r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \; \frac{\partial k}{\partial z} = 0, \; \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0. \tag{14}$$

В уравнениях (13)-(14) R_∞ и H_∞ – вычислительные параметры, которые полагались равными соответственно 2м и 10м, Tu – параметр, характеризующий начальную турбулентность потока. В основных расчетах $\mathrm{Tu} = 0.03$.

Методика решения

Рассмотренные в предыдущем разделе уравнения были решены численно с использованием метода конечного объема. В соответствии с этим методом конечноразностные уравнения получают интегрированием дифференциальных уравнений по контрольным объемам, содержащим узлы конечноразностной сетки. Численное решение проводилось с использованием шахматной сетки, причем узлы для осевой и радиальной составляющих скорости располагались в середине граней контрольных объемов для скалярных величин. Вычисления проведены на сетке с 210 узлами в осевом направлении и 176 узлами в радиальном. Для оценки точности вычислений была выполнена серия расчетов на последовательностях сгущающихся сеток. Результаты тестирования показали, что при уменьшении шага базовой сетки, на которой проводились основные расчеты, в 2 раза по осевой и радиальной координате приводит к изменению значений основных переменных не более чем на 3%. При аппроксимации конвективных членов использовалась схема против потока третьего порядка точности *QUICK*, предложенная Леонардом [15], диффузионные члены аппроксимировались центрально-разностной схемой. Уравнение неразрывности удовлетворялось косвенно с использованием алгоритма SIMPLEC [16]. Полученная в результате аппроксимации дифференциальных уравнений система нелинейных алгебраических уравнений решалась численно с использованием итераций. Считалось, что итерационная сходимость достигнута, если среднеквадратичная невязка для всех переменных не превышала 1%.

Анализ результатов

Основным характерным движением в режиме конвекции для невращающегося диска является подъем нагретого воздуха над диском и вызванные этим подъемом боковые движения по краям диска. На начальном участке течения воздух из периферийной области подтекает к горизонтальному нагретому диску. При этом интенсивность радиального течения определяется мощностью теплового источника. Над поверхностью диска формируется восходящее течение в виде стационарного факела. Основной участок течения характеризуется преобладающим воздействием силы Архимеда, в результате действия которой происходит увеличение скорости потока. По мере остывания потока, роль силы Архимеда становится пренебрежимо малой, и течение происходит по инерции, постепенно замедляясь в результате действия вязкостных сил. Поэтому этот участок течения можно определить как инерционный. Воздушные массы, составляющие факел перемешиваются с окружающей средой. Стационарный факел постепенно рассеивается и прекращает свое существование.

На рис.1 представлены радиальные распределения осевой скорости в случае умеренной закрутки потока, построенные на различных высотах. Вблизи поверхности диска, в области, где закрутка потока еще достаточно мала распределение осевой составляющей скорости монотонно. Затем, по мере закручивания потока кривая $v_z(r)$ приобретает характерную форму со смещенным относительно центра максимумом и впадиной в центре. По мере дальнейшего удаления от диска увеличивается ширина струи, затем внутренняя зона с провалом скорости исчезает, профиль деформируется и становится монотонным.

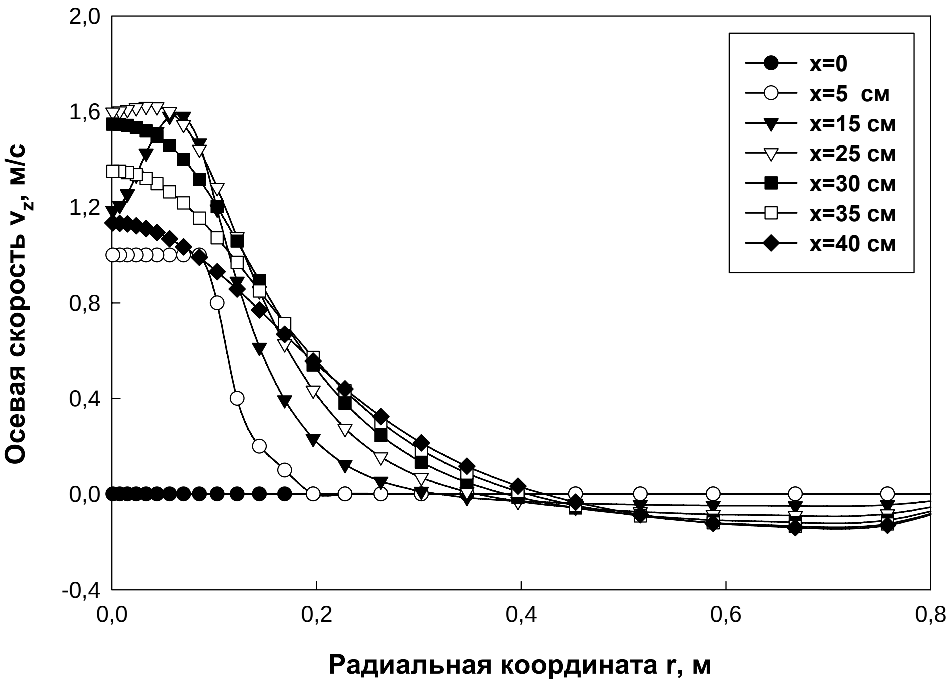

Рис. 1 Радиальное распределение осевой скорости: $\omega = 1.5$ с$^{-1}$, $T_{in} = 300$ К, $T_* = 450$ К.

Радиальное распределение тангенциальной скорости приведено на рис. 2. Сформировавшееся течение содержит центральное ядро с квазитвердым и внешнюю область с квазипотенциальным вращением. Вне центральной области преобладают условия свободного вихря, Таким образом, вращение можно описать с помощью свободно-вынужденного вихря, что применительно к атмосферным явлениям соответствует образованию смерчей, пылевых бурь и других торнадоподобных вихрей.

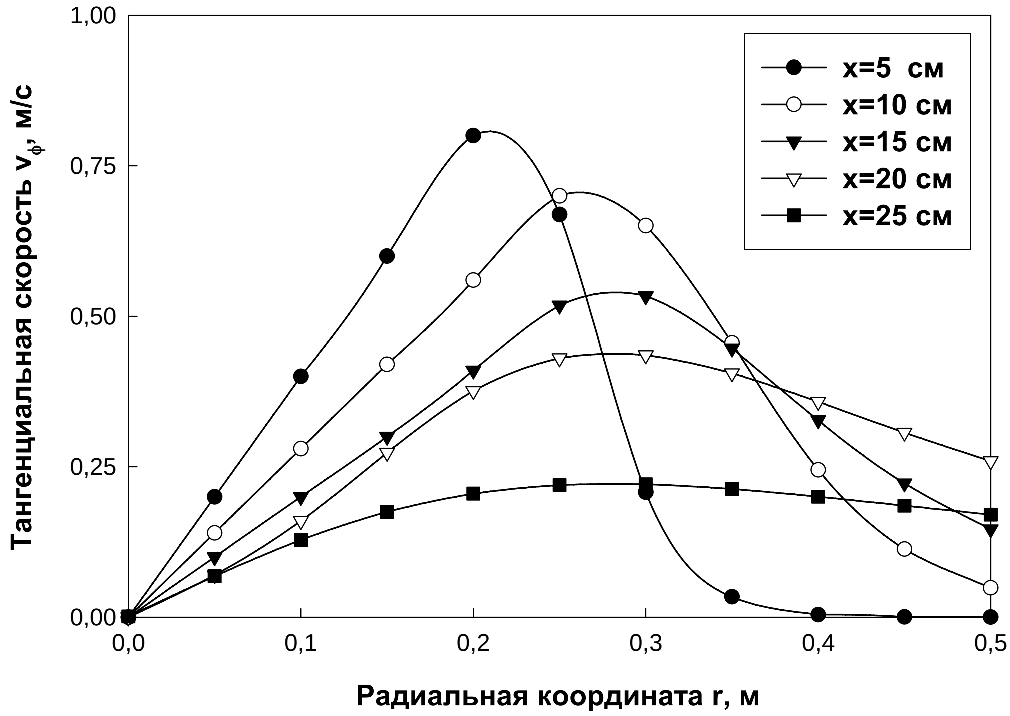

Рис. 2 Радиальное распределение тангенциальной скорости: $\omega = 1.5$ с$^{-1}$, $T_{in} = 300$ К, $T_{*} = 450$ К.

В потоке существуют три области, в которых происходит переход от ламинарного режима течения к турбулентному, а также области реламинаризации течения. Вблизи поверхности диска возникает ламинарное течение в температурном пограничном слое, которое на основном участке течения переходит в турбулентное. При этом надо отметить, что на периферии потока может существовать ламинарное течение. На инерционном участке, характеризуемом затуханием скорости подъема, интенсивность турбулентных пульсаций уменьшается и здесь происходит реламинаризация. Закрутка потока влияет не только на структуру течения, но и на характеристики турбулентности. Один из механизмов такого влияния достаточно очевиден. Закрутка потока вызывает значительные градиенты скорости потока и, тем самым, генерирует турбулентные напряжения. В закрученном потоке влияние центробежной силы на структуру потока по своему характеру аналогично действию температурной стратификации в поле силы тяжести [17]. В этом случае в зависимости от характера радиального распределения компонент скорости кинетическая энергия может переходить в потенциальную энергию - консервативное воздействие или наоборот – активное. При активном характере воздействия центробежная сила способствует усилению турбулентных пульсаций, при консервативном приводит к их подавлению. Характер воздействия закрутки на турбулентность учитывается добавлением в уравнение для скорости диссипации турбулентной энергии ε (6) дополнительных членов, учитывающих влияние закрутки на процессы диссипации турбулентной энергии:

$$C_{1\varepsilon} C_1' w \frac{\varepsilon}{k} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\varphi}{r}\right) + C_2' C_{2\varepsilon} f_{2\varepsilon} \rho \varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \frac{v_\varphi}{r^2} \frac{\partial v_\varphi r}{\partial r}.$$

Анализ этих слагаемых с учетом радиального распределения тангенциальной скорости (рис. 2) позволяет сделать вывод, что закрутка потока оказывает консервативное или, по крайней мере, безразличное воздействие на рост турбулентных пульсаций. Наиболее заметно это в потоках с умеренной закруткой потока. В слабозакрученных потоках этого явления незаметно вследствие малости самого воздействия. В сильнозакрученных потоках основную роль играет механизм влияния закрутки на турбулентность, связанный с появлением значительных градиентов скорости осредненного течения и, как следствие этого, ростом турбулентных напряжений. Таким образом, структура турбулентности в потоке с умеренной закруткой характеризуется интенсивной турбулизацией вблизи поверхности диска и не менее интенсивной реламинаризацией на основном участке течения.

На рис. 3 дается сравнение чисел Нуссельта $Nu = \alpha D/\lambda_0$, рассчитанных на основе принятой здесь модели турбулентности и экспериментальных данных [6], характеризующих теплоотдачу с вращающегося диска. Как видно из рисунка с увеличением угловой скорости вращения диска происходит увеличение коэффициента теплоотдачи, характеризуемого параметром Nu. При этом переход к турбулентному режиму теплообмена сопровождается резким увеличением теплосъема с поверхности диска. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями во всем исследованном диапазоне закруток. Небольшое отклонение расчетных и измеренных значений Nu обусловлено, возможно, более сложным механизмом потери устойчивости и перехода к турбулентности.

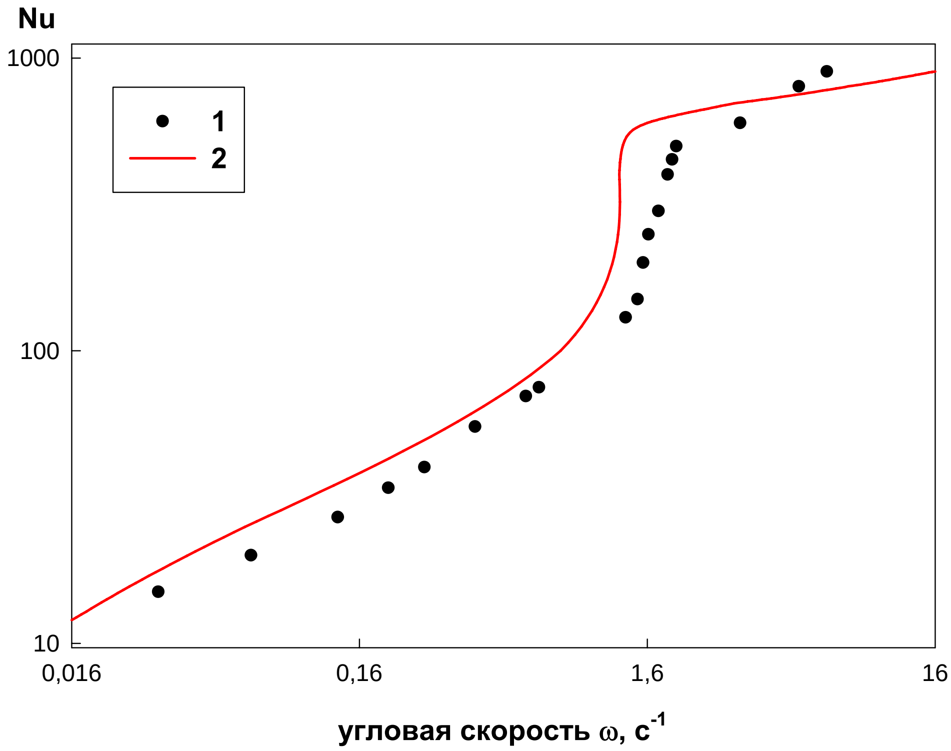

Рис. 3 Изменение интенсивности теплоотдачи от вращающегося диска: 1- эксперимент [3], 2 – расчет

Изменение избыточной температуры $\Delta T = T - T_e$ на оси течения показано на рис. 4. Полученные результаты находится в удовлетворительном качественном соответствии с экспериментальными данными [3] (сравнение приводится для максимальной разности температур). Некоторое различие в расчетных и экспериментальных данных вблизи поверхности диска можно объяснить особенностями установки диска на лабораторном стенде, которые не моделировались при теоретическом исследовании.

Из рис. 4 видно, что распределение температуры вдоль оси течения характеризуется двумя участками. На первом, начальном, температура остается практически неизменной, на втором наблюдается экспоненциальное убывание температуры. Увеличение угловой скорости вращения диска вплоть до $\omega < 1.5$ c^{-1} приводит к увеличению температуры в потоке, а также к удлинению участка с почти постоянным распределением температуры. При большей закрутке наблюдается достаточно резкое падение температуры.

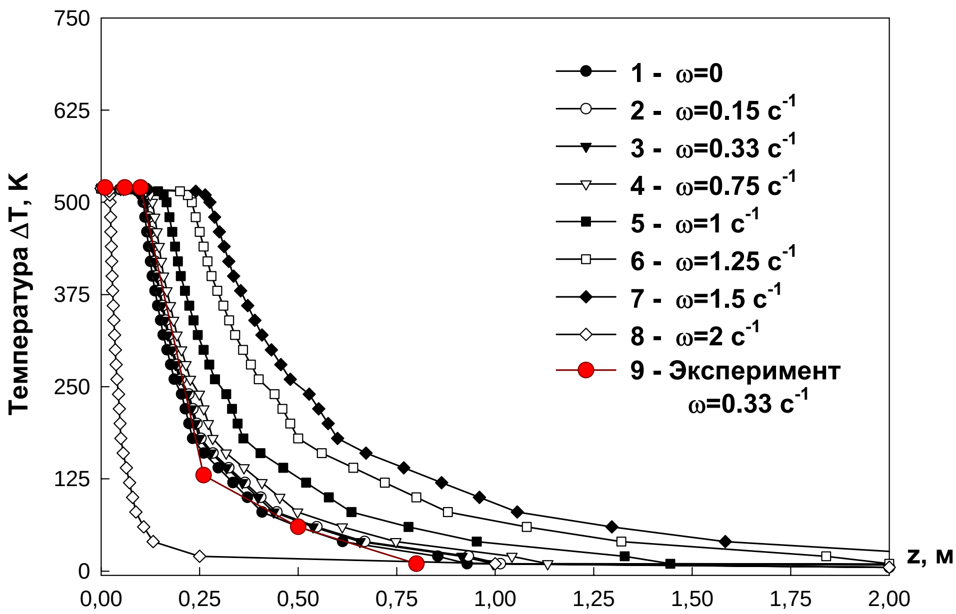

Рис. 4 Изменение температуры на оси течения.

Причины этого становятся понятными, если вспомнить особенности турбулентной структуры потока. Увеличение скорости вращения диска до $\omega < 1.5$ c^{-1} приводит к интенсификации теплообмена воздуха с нагревателем (вследствие турбулизации потока вблизи диска) и ухудшением теплообмена с окружающим воздухом (вследствие реламинаризации на основном участке течения). Ослабление теплообмена с окружающим воздухом приводит к росту силы Архимеда, а, следовательно, и к ускорению потока.

При значении угловой скорости вращения диска, лежащем в диапазоне $1 < \omega < 1.5\,c^{-1}$, воздушные массы в виде цилиндрического ламинаризированного поднимаются на бóльшую высоту, сохраняя свою индивидуальность (рис.5а-д). Подобный тип течения можно рассматривать как возникновения теплового смерча (рис.5д).

Расчеты показали, что существование теплового смерча ограничено в узком интервале угловой скорости вращения диска $1 < \omega < 1.5$ c^{-1}. При $\omega > 1.5$ c^{-1} под действием центробежных сил происходит развал потока, и высота закрученной конвективной колонки значительно уменьшается (рис. 5е).

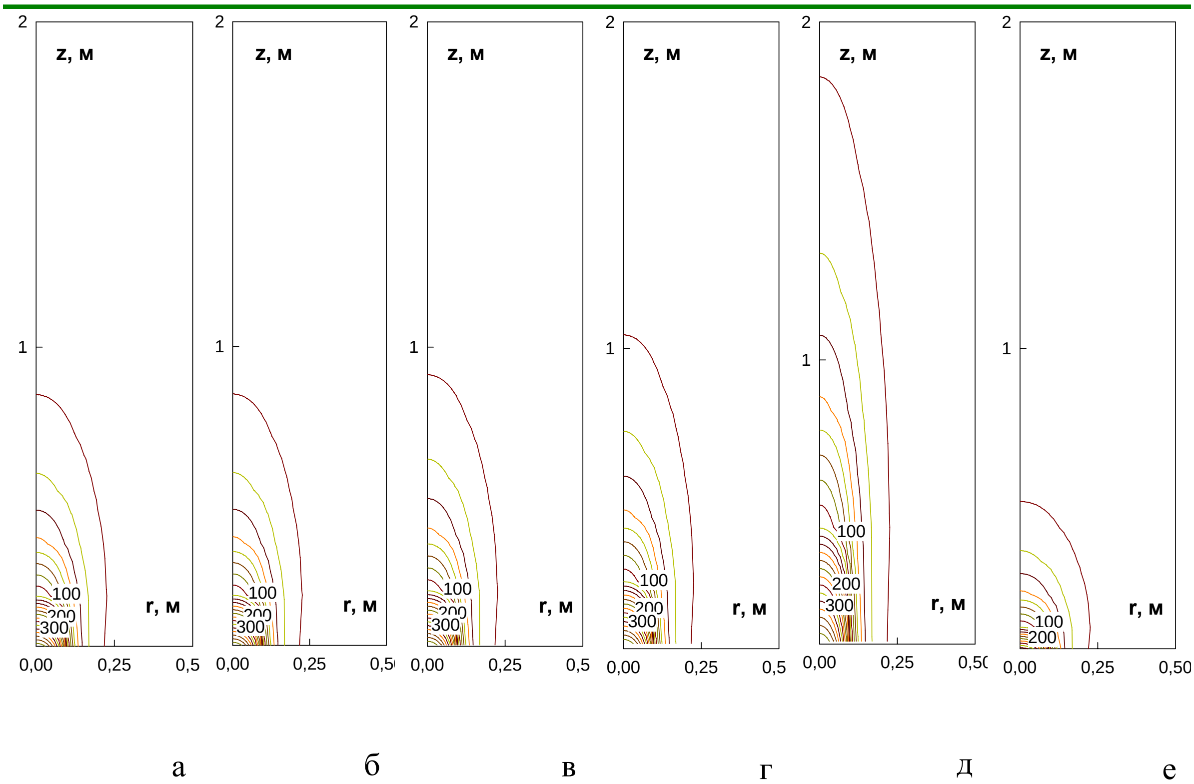

Рис. 5 Распределение изотерм в потоке (минимальная изотерма соответствует температуре 50^0C, шаг между изолиниями – 20^0C): а - $\omega = 0$, б - $\omega = 0.15$ с$^{-1}$, в - $\omega = 0.5$ с$^{-1}$, г $\omega = 1$ с$^{-1}$, д - $\omega = 1.5$ с$^{-1}$, е - $\omega = 2$ с$^{-1}$.

Аналитическая формула для высоты теплового смерча

Анализ экспериментальных и теоретических исследований [3-6] позволяет сделать вывод, что определяющим для существования теплового смерча являются условия локального равновесия действующих сил. В предположении, что тепловая энергия, сообщаемая смерчу, полностью переходит в потенциальную энергию, для определения высоты теплового смерча может использоваться следующая оценка

$$h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\rho D^2}\right)^{2/3} \frac{T_e}{T_* - T_e}. \qquad (16)$$

В (16) Q - интенсивность нагрева воздушных масс вращающимся диском которая согласно [4] может быть определена как

$$Q = \left(3.6 + 0.1\,Re_\omega^{0.6}\right)\lambda D\left(T_* - T_e\right), \qquad (17)$$

где $Re_\omega = \rho\omega\pi D^2 / 2\mu$ - число Рейнольдса вращательного движения

Результаты расчетов по формуле (16) с использованием (17) дают завышенную оценку высоты теплового смерча, поскольку в этих формулах не учитываются теплопотери, связанные с нагревом окружающего воздуха. Поэтому формула (16) должна быть скорректирована, с учетом теплообмена. Тепловая энергия, расходуемая на подъем воздушных масс может быть записана в виде

$$Q_* = f\left(Re_\omega\right)Q, \qquad (18)$$

где $f\left(Re_{\omega}\right)$ - функция числа Рейнольдса вращательного движения, характеризующая теплопотери. Обработка результатов вычислений позволяет использовать следующую зависимость:

$$f\left(Re_{\omega}\right) = 0.6 \cdot \exp\left(-0.002\, Re_{\omega}^{0.6}\right). \tag{19}$$

Окончательно формула для определения высоты теплового смерча принимает вид:

$$h = \frac{1}{2g}\left(\frac{f\left(Re_{\omega}\right)Q}{\rho D^2}\right)^{2/3} \frac{T_e}{T_* - T_e}. \tag{20}$$

Таким образом, формирование теплового смерча можно объяснить за счет возникновения локального равновесия в свободно-вынужденном вихре, связанного с анизотропией турбулентности и ламинаризацией течения при умеренных закрутках потока, приводящей к ослаблению теплообмена с окружающим воздухом, а, следовательно, к росту силы Архимеда и к ускорению потока.

Обозначения

c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К); D – диаметр диска; м; g – ускорение свободного падения, м/с^2; h – высота теплового смерча, м; k – турбулентная кинетическая энергия турбулентности, Дж/кг; M – молекулярная масса газа, кг/моль; p – динамическое давление, Па; Q – интенсивность нагрева воздушных масс вращающимся диском, Вт, R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); r – радиальная координата, м; T – температура, К, $\mathbf{v}$ – вектор скорости, v_z, v_r, v_φ, – осевая, радиальная и тангенциальная составляющие скорости, м/с; z – осевая координата, м; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К); ε – скорость диссипации турбулентной энергии, Вт/кг, λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К), μ – динамическая вязкость, Па·с, ρ – плотность, кг/м^3, ω – угловая скорость вращения диска, 1/с. Безразмерные критерии: Nu – число Нуссельта, Pr – число Прандтля; Re_{ω} – число Рейнольдса вращательного движения; Tu – интенсивность турбулентности потока; Φ_* – интегральный параметр закрутки Хигира-Бэра. Индексы: e (environment) – окружающая среда; in (inlet) – параметры на входе; t (turbulent) – турбулентный; r, z, φ – компоненты векторных или тензорных величин, относящиеся к радиальной, осевой и угловой координате; 0 – молекулярный; ∞ – параметры на бесконечности.

Список литературы

[1] Гебхарт Б., Джайлурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массобмен. М.: Мир, 1991.

[2] Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: ИТФ СО РАН, 2003.

[3] Бубнов Б.М. Термическая структура и турбулизация торнадоподобных вихрей от локализованных источников тепла над вращающимся диском // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1977. Т. 33, № 4. С. 434–442.

[4] Никулин В.В. Исследование взаимодействия торнадоподобного вихря с твердыми границами // ПМТФ. 1980. № 1. С. 68–75.

[5] Никулин В.В. Аналог уравнений вихревой мелкой воды для полых и торнадоподобных вихрей. Высота стационарного торнадоподобного вихря // ПМТФ. 1992. № 2. С. 45–51.

[6] Popiel Cz.O., Boguslawski L. Local heat transfer coefficients on the rotation disc in still air // Int. Journal of Heat Mass Transfer. 1975. Vol. 18. Pp. 167-173.

[7] Гришин А.М., Голованов А.Н., Суков Я.В. Физическое моделирование огненных смерчей // Доклады РАН. 2005. Т. 395, № 2. С. 196-198.

[8] Гришин А.М., Матвиенко О.В. Математическое моделирование огненных смерчей // V Минский международный форум по тепломассообмену. Минск 24 – 28 мая 2004г. Тезисы докладов и сообщений. Минск: ИТМО НАН РБ. С. 174-176.

[9] Гришин А.М., Матвиенко О.В. Математическое моделирование динамики образования конвективной колонки и огненного смерча при лесных пожарах // XIII Симпозиум по горению и взрыву. Черноголовка 7-11 января 2005г.

[10] Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588с.

[11] Leschziner M.A., Rodi W. Computation of strongly swirling axisymmetric free jets. // AIAA Journal. 1984. Vol. 22, No 11. Pp. 370–373.

[12] Kobayashi T., Yoda M. Modified k-ε model for turbulent swirling flow in a straight pipe // JSME Int. J. 1987. Vol. 30. Pp. 66-71.

[13] Piquet J. Turbulent flows: models and physics. Berlin: Springer, 1999.

[14] Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. М.: Мир, 1987.

[15] Leonard B.P. A Stable and accurate convection modeling procedure based on quadratic upstream interpolation. // Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. 1979. Vol. 19. Pp. 59-98.

[16] Van Doormal J.P., Raithby G.D. Enhancements of the *SIMPLE* method for predicting Iicompressible fluid flows. // Numerical Heat Transfer. 1984. Vol. 7. Pp. 147-163.

[17] Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. Киев: Наукова думка, 1989.