УДК 536.24:532.526

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАСШИРЕНИЕ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЗАКОНОВ

В. М. Репухов

Институт технической теплофизики Национальной Академии Наук Украины

1. ВВЕДЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА

Рассматриваются системы мгновенных транспортных уравнений многокомпонентной и многофазной смеси частиц либо одной формы ламинарных и турбулентных течений с моделями турбулентности полные (НС), укороченные за счет продольных и других производных (УНС) и пограничного слоя (ПС) в обобщенном для удобства записи виде

$$L_V(a_*) \equiv \rho(\vec{V}_T \circ grad_T a_*) = div\,\vec{b}_{*T} \equiv R_D(a_*)\text{, или } \rho\frac{da_*}{dt} = \pm\frac{\partial P}{\partial \alpha_*} + div\,\vec{b}_*, \qquad (1)$$

где a_* и индекс $*$ соответствуют транспортируемой величине (плотность ρ, проекции скорости u, v, и w, полная $m_j^0 \equiv \rho_j/\rho$ и истинная $C_i \equiv \rho_i/\rho$ относительная массовая концентрация j-го или i-го компонента, полная энтальпия среды $h^0 = \sum\limits_j (m_j^0 h_j^0)$ и другие); $\vec{V}_T(1,u,v,w)$, $grad_T a_*$, $\vec{b}_{*T}(b_{*\alpha_*} \equiv b_{P\alpha_*}, b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ и $\vec{V}(u,v,w)$, $grad a_*$, $\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ - соответственно четырех- и трехмерные скорости, градиенты транспортируемых величин и векторы их переноса с проекциями в ортонормированной системе координат $\alpha = t,x,y,z$ ($b_{*\alpha_*} = 0$ при $* = \rho, m_j$, $b_{P\alpha_*} = -P$ - $* = u,v,w$ и $P = p + \varphi_f$, $b_{P\alpha_*} = +P$ - $* = h$, но $b_{C_i\alpha_*} \neq 0$); h_j, p, φ и φ_f - энтальпия компонента, давление и потенциалы объемной силы ($\vec{F} = -grad\varphi$, $\rho\vec{F} = -grad\varphi_f$, $\rho\dfrac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = \dfrac{\partial\varphi_f}{\partial\alpha}$); $h_j^0 = h_j + \dfrac{1}{2}V^2 + \varphi$ и $h^0 = h + \dfrac{1}{2}V^2 + \varphi$ - полная энтальпия компонента и смеси, включающие энтальпию образования; а индексы $*$ - сочетаются в левой части уравнений (1) с координатами $\alpha = t,x,y,z$ и правой $\alpha = \alpha_*, x,y,z$ при $\alpha_* = t,x,y,z$ согласно индексам $* = (1\,\text{и}\,h), u,v,w$ и величине $a_1 = 1$. При этом первые шесть уравнений (1) в отсутствии внешнего источника в диффузионном приближении имеют: $R_D(\rho) = -\rho^2 div\vec{V}$, $\vec{R}_D(\vec{V}) = gradP + \vec{D}ivT$, $R_D(m_j^0) = -div\,\vec{J}_j^0$ $R_D(C_i) = Q_i - div\,\vec{J}_i$ и $R_D(h^0) = \dfrac{\partial(p+\varphi_f)}{\partial t} - divQ_h$ - функционалы; $\vec{b}_* = \vec{\tau}_{\alpha *}$, $\vec{b}_{m_j} = -\vec{J}_j^0$, $\vec{b}_h = -\vec{Q}_h$, $\vec{\tau}_\alpha(\tau_{x\alpha}, \tau_{y\alpha}, \tau_{z\alpha})$, $\vec{Q}_h = \vec{q}_\lambda - (\vec{V} \circ T) + \sum\limits_j (h_j \vec{J}_j^0)$, $\vec{q}_\lambda(q_{\lambda x}, q_{\lambda y}, q_{\lambda z})$, $\vec{J}_j^0(J_{jx}^0, J_{jy}^0, J_{jz}^0)$ - соответственно векторы переноса, напряжений вязкости, потока теплоты (образ не имеет работы трения и $div\vec{Q}_h = \sum\limits_\alpha \dfrac{\partial}{\partial\alpha}\{q_{\lambda\alpha} - u\tau_{x\alpha} - v\tau_{y\alpha} - w\tau_{z\alpha} + \sum\limits_j (h_j J_{j\alpha}^0)\}$), плотностей потоков теплоты и массы компонента с проекциями; а также $\sum\limits_j m_j^0 = 1$ и $\sum\limits_i C_i = 1$, где T - тензор напряжений только сил трения; Q_i - скорость прироста массы компонента в единице объема, записываемая на основе уравнений кинетики процессов [1-4].

Обратимое σ-преобразование (σ_i - $\overline{\rho} = const$; σ_l - $\overline{\rho} = var$) системы мгновенных транспортных дифференциальных уравнений конвективного тепломассопереноса (неразрывности, переноса импульса, энергии, массы компонента и другие) при любых законах переноса и состояния многокомпонентной или многофазной среды приводит сложные системы (прообраз) к простейшим (образ, величины с верхней чертой), включая несжимаемое квазиизотермическое и квазиоднородное течение; причем устанавливается связь высокоскоростного потока среды и низкоскоростного сначала при полных концентрациях компонентов среды («замороженное равновесие»), а затем при наличии химических реакций и фазовых изменений совершается переход к истинным концентрациям. Прообраз, данный в виде эксперимента, численного или аналитического решения, приводятся к соответствующим характеристикам образа с помощью искомых вещественной неособенной обратной матрицы преобразования координат $[C]^{-1}$ (матрица из частных производных координат образа по координатам прообраза) и основных функций преобразования, а также задаваемых дополнительных функций в виде

$$\tau \equiv \frac{\partial \overline{t}}{\partial t},\ \xi \equiv \frac{\partial \overline{x}}{\partial x},\ \eta \equiv \frac{\overline{\rho}\partial \overline{y}}{\rho \partial y},\ \chi \equiv \frac{\overline{\rho}\partial \overline{z}}{\rho \partial z},\ f_* \equiv \frac{a_*}{\overline{a}_*} \text{ и } f_{b*T\alpha} \equiv \frac{b_{*T\alpha}}{\overline{b}_{*T\alpha}}, \tag{2}$$

где основные определены как отношения приращений обобщенных координат и транспортируемых величин, а задаваемые - проекций векторов переноса. Функции преобразования позволяют пересчитать одноименные величины в точках сходственных мгновенных линий тока прообраза и образа, а также связать матрицу преобразования с функционалами левых частей $L_V(a_*)$ подсистемой, а правых $R_D(a_*)$ с параметром время t и транспортными уравнениями переноса в целом полной системой уравнений-условий. Указанные функции преобразования (2) и их логарифмические производные посредством матрицы $[\overline{C}]^{-1}$ и сопутствующей $[\overline{C}]_*^{-1}$ связывают величины прообраза и образа матричными линейными уравнениями $[a_*] = [\overline{a}_*][f_*]$, $[b_{*T\alpha}] = [\overline{b}_{*T\alpha}][f_{b*T\alpha}]$, $[Ga_*] = [\overline{G}\overline{a}_*][C]^{-1} + [Gf_*]$ и $[Gb_{*T\alpha}] = [\overline{G}\overline{b}_{*T\alpha}][C]_*^{-1} + [Gf_{b*T\alpha}]$, которые вместе с интегралами от логарифмических производных ниже не учитываются при подсчете числа уравнений системы. Матрица $[\overline{C}]_*^{-1}$ и $[\overline{C}]^{-1}$ имеют общую вложенную с параметром $[c]^{-1}$ и различаются первым столбцом $(\frac{\partial \overline{t}}{\partial \alpha_*}, \frac{\partial \overline{x}}{\partial \alpha_*}, \frac{\partial \overline{y}}{\partial \alpha_*}, \frac{\partial \overline{z}}{\partial \alpha_*})'$; $[\frac{\partial \overline{\alpha}}{\partial \alpha}] \equiv [\frac{\partial \overline{t}}{\partial t}, \frac{\partial \overline{x}}{\partial x}, \frac{\partial \overline{y}}{\partial y}, \frac{\partial \overline{z}}{\partial z}]$, $[a_*] \equiv [\rho, u, v, ...]$, $[f_*] \equiv [f_\rho, f_u, f_v, ...]$, $[Ga_*] \equiv [\frac{\partial \ln a_*}{\partial \alpha}]$ и $[Gf_*] \equiv [\frac{\partial \ln f_*}{\partial \alpha}]$ - диагональные и прямоугольные матрицы (строки $* = \rho, u, v, w, m_j, h, ...$; столбцы $\alpha = t, x, y, z$); а также $[b_{*T\alpha}]$, $[f_{b*T\alpha}]$, $[Gb_{*T\alpha}] \equiv [\frac{\partial \ln b_{*T\alpha}}{\partial \alpha}]$ и $[Gf_{b*T\alpha}] \equiv [\frac{\partial \ln f_{b*T\alpha}}{\partial \alpha}]$ - диагональные и квадратные (строки $*\alpha = *\alpha_*, *x, *y, *z$; столбцы $\alpha = \alpha_*, x, y, z$) для индексов $* = \rho, u, ..., h, ...$ Выделение функционалов $L_V(a_*) = \overline{f}_* \overline{L}_V(\overline{a}_*) + s_*$ и $R_D(a_*) = \overline{f}_* \overline{R}_D(\overline{a}_*) + S_{*T}$ позволяет строго получить основные уравнения-условия преобразования и дефектов в виде

$$\frac{\partial \overline{t}}{\partial t} = f_u \frac{\partial \overline{x}}{\partial x} = f_v \frac{\partial \overline{y}}{\partial y} = f_w \frac{\partial \overline{z}}{\partial z} \text{ и } s_* = S_{*T}, \text{ или } s_* \mp P_* = S_* \text{ (знак минус - } * = h\text{)}, \tag{3}$$

где $s_* \equiv \rho a_*(\vec{V}_T \circ \vec{\Phi}(a_*))$ и $S_{*T} = div\, \vec{b}_{*T} - \overline{f}_* \overline{div}\, \vec{\vec{b}}_{*T}$ - дефекты преобразования функционалов, которые переписываются с помощью коэффициентов дефектов соответственно

$$\overline{S}_{*T} = -\sum_{\alpha}(\overline{C}_{*T\alpha}\frac{\partial \overline{b}_{*T\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}),\ \overline{P}_{*} = -\overline{C}_{P\alpha*}\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_{*}} \text{ и } \overline{S}_{*} = -\sum_{\alpha}(\overline{C}_{*\alpha}\frac{\partial \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}) \tag{4}$$

при $\overline{C}_{*T\alpha} \equiv 1 - \dfrac{\dfrac{\partial b_{*T\alpha}}{\partial \alpha}}{\overline{f}_{*}\dfrac{\partial \overline{b}_{*T\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}} = 1 - \dfrac{f_{b*T\alpha}\dfrac{\partial \ln b_{*T\alpha}}{\partial \alpha}}{\overline{f}_{*}\dfrac{\partial \ln \overline{b}_{*T\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}}$, $\overline{C}_{P\alpha*} \equiv 1 - \dfrac{f_{P}\dfrac{\partial \ln P}{\partial \alpha_{*}}}{\overline{f}_{*}\dfrac{\partial \ln \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_{*}}}$ и $\overline{C}_{*\alpha} \equiv 1 - \dfrac{f_{b*\alpha}\dfrac{\partial \ln b_{*\alpha}}{\partial \alpha}}{\overline{f}_{*}\dfrac{\partial \ln \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}}$;

$\overline{f}_{*} \equiv f_{\rho} f_{*} f_{u} \xi$ и $\vec{\Phi}(a_{*})$ - обобщенная функция и вектор преобразования при отношениях дефектов $\overline{f}_{*} = \dfrac{s_{*}}{\overline{s}_{*}} = \dfrac{S_{*T}}{\overline{S}_{*T}} = \dfrac{S_{*}}{\overline{S}_{*}} = \dfrac{P_{*}}{\overline{P}_{*}}$ и проекциях вектора $\Phi_{\alpha}(a_{*}) \equiv \dfrac{\partial \ln a_{*}}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \overline{\alpha}}{\partial \alpha}\dfrac{\partial \ln \overline{a}_{*}}{\partial \overline{\alpha}}$.

Исходное уравнение $\sum_{\alpha}\overline{C}_{*\alpha}\dfrac{\partial \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}} + \overline{S}_{*} = 0$ приводится к системе $\overline{C}_{*\alpha}\dfrac{\partial \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}} + \overline{\lambda}_{*\alpha}\overline{S}_{*} = 0$ и $\sum_{\alpha}\overline{\lambda}_{*\alpha} = 1$ трех дифференциальных и одного алгебраического уравнений, а для ограниченных множителей $\overline{\lambda}_{*\alpha}$ существует единственное решение задачи Коши системы вида

$$(\overline{b}_{*\alpha}\Big|_{\alpha}^{\overline{\delta}_{\alpha}}) + \int_{\alpha}^{\overline{\delta}_{\alpha}} \overline{\lambda}_{*\alpha}\frac{\overline{S}_{*}}{\overline{C}_{*\alpha}}d\overline{\alpha} = 0 \text{ при } \int_{\alpha}^{\overline{\delta}_{\alpha}} \frac{\overline{C}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_{*}}}\frac{\partial \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}d\overline{\alpha} + \int_{\alpha}^{\overline{\delta}_{\alpha}} \frac{\overline{\lambda}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_{*}}}\overline{S}_{*}d\overline{\alpha} = 0, \tag{5}$$

а подстановка $\overline{S}_{*} = \overline{s}_{*} \mp \overline{P}_{*}$ обращает их в интегральные уравнения-условия дефектов. Если заданы три коэффициента $\overline{C}_{*\alpha}$, то множители $\overline{\lambda}_{*\alpha}$ доли дефекта $\overline{S}_{*}$ и наоборот. Подобно дефекту P_{*} записываются дефекты для величин p φ_{f} и φ с соответствующими функциями $f_{p} \equiv p/\overline{p}$, $f_{\varphi f} \equiv \varphi_{f}/\overline{\varphi}_{f}$ и $f_{\varphi} \equiv \varphi/\overline{\varphi}$, где $\overline{P}_{*} = \overline{p}_{*} + \overline{\varphi}_{f*}$, а f_{φ} - задано. Относительные законы состояний Ψ_{Z}^{0} и переноса $\Psi_{*\alpha}^{0}$ ниже представляются в виде

$$\Psi_{Z}^{0} \equiv \frac{Z}{\overline{Z}} = (\frac{\rho h}{p})/(\frac{\overline{\rho}\overline{h}}{\overline{p}}) \text{ или } \Psi_{P}^{0} \equiv (\frac{\rho h}{P})/(\frac{\overline{\rho}\overline{h}}{\overline{P}}) \text{ при } f_{p}\Psi_{Z}^{0} = f_{P}\Psi_{P}^{0} = f_{\rho}f_{h}\frac{h}{h^{0}}, \tag{6}$$

$$\Psi_{*\alpha}^{0} \equiv b_{*\alpha}^{0}/\overline{b}_{*\alpha}^{0} \text{ при } f_{b*\alpha} = \Psi_{*\alpha}^{0}(1 + B_{*\alpha}),\ 1 + B_{*\alpha} \equiv (b_{*\alpha}/b_{*\alpha}^{0})/(\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*\alpha}^{0}) \text{ и } B_{*\alpha}\Big|_{*\neq h} = 0, \tag{7}$$

где $Z \equiv \rho h/p$ - коэффициент сжимаемости, обычно $Z\Big|_{\text{газы}} = Cp/(Cp - Cv)$ и $\overline{Z}\Big|_{\overline{\rho}=const} = 1$; $b_{*\alpha}^{0}$ и $\overline{b}_{*\alpha}^{0}$ - законы переноса, которые записаны с помощью транспортируемых величин;

$$B_{h\alpha} \equiv \frac{b_{h\alpha}}{b_{h\alpha}^{0}}/\frac{\overline{b}_{h\alpha}}{\overline{b}_{h\alpha}^{0}} - 1 = \frac{[\dfrac{(-q_{\lambda\alpha})}{b_{h\alpha}^{0}} + \sum_{*=u}^{w}(\dfrac{a_{*}\tau_{\alpha*\alpha}}{b_{h\alpha}^{0}}) + \sum_{j}(h_{j}\dfrac{b_{mj\alpha}}{b_{h\alpha}^{0}})] - [\dfrac{(-\overline{q}_{\lambda\alpha})}{\overline{b}_{h\alpha}^{0}} + \sum_{j}(\overline{h}_{j}\dfrac{\overline{b}_{mj\alpha}}{\overline{b}_{h\alpha}^{0}})]}{[\dfrac{(-\overline{q}_{\lambda\alpha})}{\overline{b}_{h\alpha}^{0}} + \sum_{j}(\overline{h}_{j}\dfrac{\overline{b}_{mj\alpha}}{\overline{b}_{h\alpha}^{0}})]} \tag{8}$$

- вспомогательная величина, а функция f_{h} может определяться нулевым числителем. Функцию f_{h} можно задавать любой, например, $f_{h} = const(t)$ и тогда необходимо вычислять вспомогательную величину $B_{h\alpha}$ после задания относительных законов переноса $\Psi_{*\alpha}^{0}$, включая $f_{q\lambda\alpha} \equiv q_{\lambda\alpha}/\overline{q}_{\lambda\alpha}$, с учетом формы законов $q_{\lambda\alpha}$, q_{α}, q_{α}^{0} ($J_{j\alpha}, J_{j\alpha}^{0}$) и связей $h_{j} = h_{j}^{0} - V^{2}/2 - \varphi = f_{h}\overline{h}_{j} - V^{2}/2 - f_{\varphi}\overline{\varphi}$ и $V^{2} = u^{2} + v^{2} + w^{2} = f_{u}^{2}\overline{u}^{2} + f_{v}^{2}\overline{v}^{2} + f_{w}^{2}\overline{w}^{2}$ [1,2].

2. ПОЛНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ-УСЛОВИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В общем случае одна из четырех величин $\overline{C}_{*\alpha}$, $\overline{\lambda}_{*\alpha}$, $f_{b_{*\alpha}}$, $\Psi^0_{b_{*\alpha}}$ определяет три остальные, как и из четырех $\overline{C}_{P\alpha_*}$, f_P, f_p, Ψ^0_Z или Ψ^0_P, так как обычно задается f_φ и определяется f_p ($\overline{C}_{P\alpha_*}$ задается одновременно для всех α_*, как и $\overline{C}_{*\alpha}$ или $\overline{\lambda}_{*\alpha}$ для всех α). Основная полная система уравнений-условий (ОПС) шести первых транспортных уравнений при тридцати пяти неизвестных ($f_T \equiv \dfrac{d\overline{t}}{dt}$, f_{m_j}, f_h, $[C]^{-1}$, $[Gf_*]\big|_{*=\rho,u,v,w}$) имеет столько же уравнений-условий: одиннадцать подсистемы, пять дефектов и девятнадцать дополнительных для коэффициентов $\overline{C}_{*T\alpha}$ ($\overline{C}_{*\alpha}$ - пятнадцать, $\overline{C}_{P\alpha_*}$ - четыре) [1]. Эквивалентные полные системы (ЭПС) имеют другие дополнительные уравнения условия. Уточненная подсистема имеет одиннадцать уравнений-условий (обычно восемь первых линейные алгебраические) относительно основных функций и их производных:

$$\begin{cases} (\dfrac{\partial \overline{t}}{\partial t} - f_T) + \dfrac{\partial \overline{t}}{\partial x}u + \dfrac{\partial \overline{t}}{\partial y}v + \dfrac{\partial \overline{t}}{\partial z}w = 0, \\ f_u\dfrac{\partial \overline{x}}{\partial t} + (f_u\dfrac{\partial \overline{x}}{\partial x} - f_T)u + f_u\dfrac{\partial \overline{x}}{\partial y}v + f_u\dfrac{\partial \overline{x}}{\partial z}w = 0, \\ f_v\dfrac{\partial \overline{y}}{\partial t} + f_v\dfrac{\partial \overline{y}}{\partial x}u + (f_v\dfrac{\partial \overline{y}}{\partial y} - f_T)v + f_v\dfrac{\partial \overline{y}}{\partial z}w = 0, \\ f_w\dfrac{\partial \overline{z}}{\partial t} + f_w\dfrac{\partial \overline{z}}{\partial x}u + f_w\dfrac{\partial \overline{z}}{\partial y}v + (f_w\dfrac{\partial \overline{z}}{\partial z} - f_T)w = 0; \end{cases}$$

$$\frac{\partial \overline{t}}{\partial t} = f_u\frac{\partial \overline{x}}{\partial x} = f_v\frac{\partial \overline{y}}{\partial y} = f_w\frac{\partial \overline{z}}{\partial z} \quad \text{– основные;}$$

$$f_{m_j} = 1,\ \ f_h(= f_{h_j}) \quad \text{– следствия законов}$$

$$1 = \sum m^0_j,\ h^0 = \sum m^0_j h^0_j \text{ и, например, } B_{h\alpha} = 0;$$

$$s_\rho = S_\rho \equiv -\rho^2[u\Phi_x(u) + v\Phi_y(v) + w\Phi_z(w)];$$

$$f_p\Psi^0_{\mathrm{Z}}(= f_P\ \Psi^0_{\mathrm{P}}) = f_\rho f_h\frac{h}{h^0} \text{ при } \frac{f_P}{f_p} = \frac{1+\varphi/p}{1+\overline{\varphi}/\overline{p}}$$

(первые четыре - сходственных мгновенных линий тока, последние - закона состояния). Каждая новая транспортируемая величина сверх первых шести вносит четыре неизвестные логарифмические производные основной функции преобразования и скалярную величину, которые определяются из новых уравнения-условия дефектов и дополнительных уравнений-условий. Нестационарные УНС и ПС частный случай, как и стационарные НС (УНС, ПС), которые могут записываться с помощью функций тока [1]. В общем случае полная система может решаться методом итераций и для первых шести транспортных уравнений ($* = \rho, u, v, w, m_j, h$) можно задать шесть начальных условий в виде основных функций $f_*(t_0, x, y, z) = const$ и тридцать пять граничных, включая одно для функции f_h, в частности, $f_*(t)\big|^{*\neq\rho}_{отв} = 1$ и $f_\rho\overline{\mu}/\mu\big|_{отв} = 1$ в точке $отв$ на оси $\overline{x}$ [1,2].

Исходное уравнение дефекта (4) для каждой точки образа $\overline{M}(\overline{\alpha}, \overline{\beta}, \overline{\gamma})$ задает в новой локальной евклидовой системе координат с ортонормированным базисом и точками $\overline{C}_*(\overline{C}_{*\alpha}, \overline{C}_{*\beta}, \overline{C}_{*\gamma})$ локальную плоскость с нормальным вектором и расстоянием от начала координат соответственно $\vec{N}(\dfrac{\partial \overline{b}_{*\alpha}}{\partial \overline{\alpha}}, \dfrac{\partial \overline{b}_{*\beta}}{\partial \overline{\beta}}, \dfrac{\partial \overline{b}_{*\gamma}}{\partial \overline{\gamma}})$ и $\overline{d} = \dfrac{\overline{S}_*}{\mathrm{mod}\,\vec{N}}$, а три уравнения системы - плоскости, которые нормальны к осям координат и пересекаются в одной точке. Локальная плоскость с дефектом $\overline{S}_* = 0$ содержит начало координат (ограниченные $\overline{\lambda}_{*\alpha}$, решение $\overline{C}_{*\alpha} = 0$), а остальные точки на ней определяются двумя координатами из трех $\overline{C}_{*\alpha}$, $\overline{C}_{*\beta}$ и $\overline{C}_{*\gamma}$, причем задание одного нулевого члена суммы уравнения (4) с множителем $\overline{\lambda}_{*\alpha} = 1$ требует равных по модулю и противоположных по знаку других. В частности, $\overline{C}_{*\alpha} = 0$ ($\overline{\lambda}_{*\alpha} = 1$) и другие $\overline{C}_{*\beta} \dfrac{\partial \overline{b}_{*\beta}}{\partial \overline{\beta}} = -\overline{C}_{*\gamma} \dfrac{\partial \overline{b}_{*\gamma}}{\partial \overline{\gamma}} = idem$ ($\overline{\lambda}_{*\beta} = -\overline{\lambda}_{*\gamma} \to \pm\infty$).

При дефекте $\overline{S}_* = 0$ у образа и прообраза сохраняются области с отсутствием переноса транспортируемой величины, ввиду нулевого значения дивергенции вектора переноса. Пересечение плоскостей $\overline{C}_{P\alpha *} + \overline{P}_* = 0$ в аналогичном четырехмерном пространстве определяет линию с началом координат, где $\overline{P}_* = 0$ - сохраняет $\overline{grad_T \overline{P}} = grad_T P = 0$. Дефект $\overline{P}_*$ зависимая величина и при $\overline{P} \neq const$ или $P \neq const$ его составляющие можно искать в виде линейной комбинации S_* и s_* при переменных коэффициентах l_* и n_*, а уравнение-условие дефектов (9) и исключения разности энтальпий (10) в $s_* \mp P_*$:

$$\frac{S_*/\rho}{l_* h^0 + n_* h} = \mp[(\frac{P}{\rho h}\frac{\partial \ln P}{\partial \alpha_*}) - \frac{\overline{f}_*}{f_\rho f_h}(\frac{\overline{P}}{\overline{\rho h}}\frac{\partial \ln \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*})] \text{ и} \tag{9}$$

$$[\frac{s_*/\rho}{h^0 - h}] = \mp[l_*(\frac{P}{\rho h}\frac{\partial \ln P}{\partial \alpha_*}) + \frac{n_* \overline{f}_*}{f_\rho f_h}(\frac{\overline{P}}{\overline{\rho h}}\frac{\partial \ln \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*})], \tag{10}$$

где $l_* + n_* = 1$ - условие однозначной разрешимости системы для составляющих P_* независимо от значений l_* и n_* в ее определителе. Задание S_*/s_* и l_* (или n_*) связывает составляющие $\overline{P}_*$, определяет $\overline{C}_{P\alpha *}$ и, в частности, пять характерных преобразований: 1) $\dfrac{S_*}{s_*} = -\dfrac{l_* h^0 + n_* h}{n_*(h^0 - h)}$, где $\dfrac{\partial P}{\partial \alpha_*} = 0$ и $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*} \neq 0$; 2) $\dfrac{S_*}{s_*} = \dfrac{l_* h^0 + n_* h}{l_*(h^0 - h)}$, где $\dfrac{\partial P}{\partial \alpha_*} \neq 0$ и $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*} = 0$; 3) $s_* = 0$, где $\overline{C}_{P\alpha *} = 1 + \dfrac{n_*}{l_*}\dfrac{h}{h^0}$ и $S_* = \mp \dfrac{l_* h^0 + n_* h}{n_* h}(\dfrac{\partial P}{\partial \alpha_*})$; 4) $S_* = 0$, где $\overline{C}_{P\alpha *} = 1 - \dfrac{h}{h^0}$, любые l_* и $\dfrac{s_*}{h^0 - h} = \mp \dfrac{1}{h}\dfrac{\partial P}{\partial \alpha_*} = \mp \dfrac{\overline{f}_*}{h^0}\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*}$; 5) $s_* = S_*\Big|_{P_*=0} = \mp(1 - \dfrac{h}{h^0})(l_* \dfrac{h^0}{h} + n_*)\overline{f}_* \dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*}$, где $\overline{C}_{P\alpha *} = 0$ и $s_* \neq 0$, а в пределе $s_* = 0$ и $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{\alpha}_*} = \dfrac{\partial P}{\partial \alpha_*} = 0$, или $\dfrac{h}{h^0} = 1$, или $\dfrac{h}{h^0} = -\dfrac{l_*}{n_*}$ [1,2].

Векторы преобразования образуют два множества: во-первых, когда дефект $s_* = 0$ и вектор лежит в характерной плоскости, нормальной к скорости $\vec{V}_T$, включая нулевой; во-вторых, когда $s_* \neq 0$, а векторы вне этой плоскости. Кроме общего возможны случаи, когда $\vec{V}_T \neq 0$ и равны нулю: все проекции $\vec{\Phi}(a_*)$; одна $\Phi_\alpha(a_*)$, что соответствует вектору, нормальному оси координат α (течение типа Куэтта); одна пара $\Phi_\beta(a_*)$ и $\Phi_\gamma(a_*)$, что соответствует векторам, параллельным осям α (радиальное течение) [1].

Законы переноса естественно представлять функциями, аргументы которых связываются с проекциями градиентов транспортируемых величин, и записывать их рядом Тейлора, а при определяющем влиянии одного члена ряда однородными функциями с множителями, имеющими определенные свойства (одинаковая форма, локальное подобие). Если законы переноса однородные функции ($F_*(\lambda A_*) = \lambda^{\mathrm{K}} F_*(A_*)$, $\lambda > 0$), аргументы которых локальные линейные комбинации проекций градиентов транспортируемых величин с коэффициентами одинаковой структуры, то относительные законы переноса, аргументы функций, отношения функций и аргументов (индекс α величин F_*, A_*, К, $[\oplus_*]$ опущен), а также входящих в них безразмерных сумм соответственно имеют вид

$$\Psi^0_{*\alpha} = (\frac{n_{*\alpha}\mu \overline{K}_{*\alpha}}{\overline{n}_{*\alpha}\overline{\mu}K_{*\alpha}}\frac{\partial a_*}{\partial\alpha}/\frac{\partial\overline{a}_*}{\partial\overline{\alpha}})^{К\oplus*}[\oplus_*] = [\frac{n_{*\alpha}\mu \overline{K}_{*\alpha}}{\overline{n}_{*\alpha}\overline{\mu}K_{*\alpha}} f_*(\frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha} + \Phi_\alpha(a_*)/\frac{\partial\ln\overline{a}_*}{\partial\overline{\alpha}})]^{К\oplus*}[\oplus_*], \quad (11)$$

$$A_* \equiv \sum_{*l,\beta}(\frac{\mu}{K_{*l\beta}}\frac{\partial a_{*l}}{\partial\beta}),\ \frac{F_*(A_*)}{F_{*0}(A_{*0})} = (\frac{A_*}{A_{*0}})^{К\oplus*}[\oplus_*],\ \frac{A_*}{A_{*0}} = \frac{n_{*\alpha}\mu K_{*0\alpha}}{n_{*0\alpha}\mu_0 K_*}(\frac{\partial a_*}{\partial\alpha}/\frac{\partial a_{*0}}{\partial\alpha}) \text{ и } \frac{n_{*\alpha}}{n_{*0\alpha}},$$

где $[\oplus_*] \equiv F_*(A_{*0})/F_{*0}(A_{*0})$ и $К_{\oplus*}$ ($[\oplus_{*0}] \equiv F_*(A_*)/F_{*0}(A_*)$ и $К_{\oplus*0}$) - коэффициент формы и показатель степени; μ, $K_{*\alpha} = 1$ $(* = u, v, w)$, $K_{m_j\alpha} = \mathbf{Sc}_\alpha$ и $K_{h\alpha} = \mathbf{Pr}_\alpha$ - коэффициент вязкости и безразмерные числа; а $n_{*\alpha}/n_{*0\alpha}$ - отношение безразмерных сумм, равное единице при их одинаковой форме, или числа членов сумм при одинаковых слагаемых. Однородные одной формы функции имеют $[\oplus_*] = [\oplus_{*0}] = 1$ и $К_{\oplus\alpha} = К_{\oplus*} = К_{\oplus*0}$, а различные аргументы $n_{*\alpha} \neq n_{*0\alpha}$, тогда из безразмерных уравнений (1) и размерных с размерностью отношений $[n_{h\alpha}/n_{m_j\alpha}] = [Дж/кг]^{1/К\oplus\alpha - 1}$ при $Cp_j = const$, одинаковой по определению форме законов переноса $q_{\lambda\alpha}(T)$, $q_\alpha(h)$, $q^0_\alpha(h^0)$, как $J_{j\alpha}(m_j)$, $J^0_{j\alpha}(m^0_j)$, и их аргументов, а также однородных одной формы функций, обычно $n_{h\alpha} = n_{m_j\alpha}$, следует [2]

$$(q_{\lambda\alpha})^{\frac{1}{К\oplus\alpha}} = (q_{h\alpha})^{\frac{1}{К\oplus\alpha}} - \sum_j[\frac{n_{h\alpha}h_j}{n_{m_j\alpha}Le_{je\alpha}}(J^0_{j\alpha})^{\frac{1}{К\oplus\alpha}}]. \quad (12)$$

Локальное подобие градиентов транспортируемых величин рассматривается в случаях: во-первых, разноименных прообраза или образа (индекс 0 – задаваемый преобразованием эталон, $\mu_0 = \mu$); во-вторых, одноименных с одинаковым индексом прообраза и образа (эталон – образ, $\mu_0 = \overline{\mu}$); в-третьих, одновременно разно- и одноименных. Локальные коэффициенты подобия определяются как коэффициенты пропорциональности градиентов $grad a_* = \Lambda_*\overline{grad}\,\overline{a}_*$ и $grad a_* = \Lambda_{0*} grad a_{*0}$, а для локально подобных транспортных уравнений требуются равенства $div\vec{b}_{*T} = \Lambda_*\overline{div}\,\vec{\overline{b}}_{*T}$ и $div\vec{b}_{*T} = \Lambda_{0*}div\vec{b}_{*T0}$ дополнительно со следствием для дефектов в уравнениях-условиях и наоборот. При условиях ортогональности $(\vec{\overline{b}}_* \circ grad\Lambda_*) = 0$ и $(\vec{b}_{*0} \circ grad\Lambda_{0*}) = 0$ обеспечивается соответственно локальное подобие дивергенции и проекций векторов переноса, то есть

$$\Lambda_* = \frac{div\vec{b}_*}{\overline{div}\,\vec{\overline{b}}_*} = \frac{b_{*\alpha}}{\overline{b}_{*\alpha}} = f_{b*\alpha}\Big|_{B_{*\alpha} = 0} = \Psi^0_{*\alpha} \text{ и } \Lambda_{0*} = \frac{div\vec{b}_*}{div\vec{b}_{*0}} = \frac{b_{*\alpha}}{b_{*0\alpha}}\Big|_{B_{0*\alpha} = 0} = \frac{b^0_{*\alpha}}{b^0_{*0\alpha}}, \quad (13)$$

что, в частности, имеет место при полном подобии и аналогии ($\Lambda_*, \Lambda_{0*} = const$). Отношение $\frac{F_*(A_*)}{F_{*0}(A_{*0})} = \Lambda_{0*}$ определяет коэффициент подобия $(\Lambda_{0*})^{1-К\oplus*} = (\frac{n_{*\alpha}\mu K_{*0\alpha}}{n_{*0\alpha}\mu_0 K_{*\alpha}})^{К\oplus*}$, а $К_{\oplus*} = 1$ дает любые Λ_{0*} ($n_{*\alpha}/K_{*\alpha} = n_{*0\alpha}/K_{*0\alpha}$) и $\Lambda_* = \overline{f}_*$ ($n_{*\alpha}\mu/K_{*\alpha} = \overline{n}_{*\alpha}\overline{\mu}/\overline{K}_{*\alpha}$) [1,2]. Решение полной системы может определяться при: одноименном локальном подобии градиентов величин и транспортных уравнений (1) одним условием $\Lambda_* = \overline{f}_*$ ($P_* = 0$); разноименном подобии градиентов величин условиями существования такого подобия у образа и его сохранения в преобразовании, функционалов левых частей уравнений (1) и правых с уравнениями-условиями дефектов (3) соответственно в виде равенств

$$\vec{F}_T(a_*) = (\frac{\overline{a}_{*0}}{\overline{a}_*}\overline{\Lambda}_{0*})\vec{F}_T(a_{*0}),\ \frac{\Lambda_{0*}}{\overline{\Lambda}_{0*}} = \frac{\overline{f}_*}{\overline{f}_{*0}},\ \Lambda_{0*} = \frac{s_*}{s_{*0}} \text{ и } \Lambda_{0*} = \frac{S_*}{S_{*0}}, \tag{14}$$

которые определяют коэффициенты $\overline{C}_{*T\alpha}$, $\overline{\Lambda}_{0*}$ и Λ_{0*}; совместном одно- и разноименном градиентов величин (уравнений) взаимосвязанных двух пар прообраз-образ условием $\Lambda_*/\Lambda_{*0} = \Lambda_{0*}/\overline{\Lambda}_{0*} = f_*/f_{*0}$, где $\vec{F}_T(a_*) \equiv \vec{\Phi}(a_*) - grad_T(\ln f_*)$ - вспомогательный четырехмерный вектор, а $\Lambda_{0*} = \Phi_\alpha(a_*)/\Phi_\alpha(a_{*0})$ и $\Lambda_{0*} = P_*/P_{*0}$ - следствия подобия функционалов левых и правых частей (1) с заданным преобразованием эталоном [1]. При локальном подобии разноименных транспортных уравнений справедливы равенства $l_* = l_{*0}$ и $n_* = n_{*0}$ ($l_* + n_* = l_{*0} + n_{*0} = 1$), что следует из сравнения одного из уравнений (9,10) до и после подстановки локально подобных величин, а $\overline{\lambda}_{*\alpha} = \overline{\lambda}_{*0\alpha}$ и $\overline{C}_{*\alpha} = \overline{C}_{*0\alpha}$ из (4,5) при локальном подобии соответствующих производных $\overline{b}_{*\alpha}$ и $\overline{b}_{*0\alpha}$. Если равны диагональные элементы $[C]^{-1}$ и $\Phi_\alpha(a_*) = 0$, то существует $\Lambda_* = \overline{f}_*$ и наоборот, причем $f_u = f_v = f_w = 1/f_\rho$ и $\Phi_t(a_*) = 0$ (нестационарная задача) приводит к $f_\rho = 1$ [1,2].

Специальное преобразование, в котором f_h любое и $B_{h\alpha} = 0$, реализуются в ряде случаев при $\Psi^0_{h\alpha}/f_{q\lambda\alpha} = 1$ и нулевой сумме остальных членов числителя дроби (8), в частности, на стенке с сильным вдувом ($J^0_{j\alpha} = \tau_{cm} = 0$) или непроницаемой стенке ($J^0_{j\alpha} = q_{\lambda\alpha} = 0$, $V_{cm} = 0$); при защитной завесе на непроницаемой стенке (тепломассоаналогия, любые $\Pr = \overline{\Pr}$ и $Le_j = \overline{Le}_j$); а также локально при одинаковой форме всех линейных законов переноса и $\frac{n_{\tau_{\alpha*\alpha}}}{n_{h\alpha}}\Pr_{e\alpha} = \frac{n_{mj\alpha}}{n_{h\alpha}}Le_{je\alpha} = \frac{\overline{n}_{mj\alpha}}{\overline{n}_{h\alpha}}\overline{Le}_{je\alpha} = 1$, в частности, локальном и полном подобии разноименных транспортных уравнений УНС и ПС [1,2]. При специальном преобразовании на стенке и однородных одной формы законах переноса для сходственных точек из уравнений (11) следует «закон соответствия» сечений, когда $\Phi_\alpha(a_*) = 0$ или $\Lambda_* = \overline{f}_*$, а также требование при двух условиях одновременно в виде:

$$\Psi^0_{*\alpha}\Big|^{[\oplus]=1}_{B_{*\alpha}=0} = \frac{b_{*\alpha}}{\overline{b}_{*\alpha}} = \left(\frac{n_{*\alpha}\mu\overline{K}_{*\alpha}}{\overline{n}_{*\alpha}\overline{\mu K}_{*\alpha}} f_* \frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}\right)^{K_{\oplus*}} \text{ или } \frac{b_{*\alpha}}{\overline{b}_{*\alpha}} = \left(\frac{n_{*\alpha}\mu\overline{K}_{*\alpha}}{\overline{n}_{*\alpha}\overline{\mu K}_{*\alpha}}\overline{f}_*\right)^{K_{\oplus*}} \text{ и } f_*\frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha} = \overline{f}_*, \tag{15}$$

где в последнем $f_\rho f_{*\alpha} = 1$ и $\frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha} = idem$, а $K_{\oplus*}$ и $\frac{n_{*\alpha}}{\overline{n}_{*\alpha}}$ зависят от типа течения прообраза и образа (ламинарное, турбулентное), а при одном типе возможно $K_{\oplus*} = 1$ и $n_{*\alpha} = \overline{n}_{*\alpha}$.

3. КЛАСС ИНТЕГРИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Пятнадцать коэффициентов дефектов $\overline{C}_{*\alpha}$ независимо от вида функций f_h и f_{C_i} определяют пятнадцать величин-условий $N_{*\alpha}$ и $R_{*\alpha}$ соответственно двух групп индексов $* = u, v, w$ и $* = m_j, h$; а аргументы $N_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)$, $R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)$ и возможно $F_{*\alpha}/F_{*\gamma}(t,\beta,\gamma)$ в уравнении-условии дефектов (5) обеспечивают вычисление интеграла в виде

$$\int_{\alpha}^{\overline{\delta}_\alpha} \frac{\overline{C}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}\frac{\partial\overline{b}_{*\alpha}}{\partial\overline{\alpha}}d\overline{\alpha} = (1-\overline{F}_{b*\alpha})\Delta\overline{b}_{*\alpha} \text{ при } [1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha} + \int_{\alpha}^{\overline{\delta}_\alpha}\frac{\overline{\lambda}_{*\alpha}(\overline{s}_* \mp \overline{P}_*)}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}d\overline{\alpha} = 0 \tag{16}$$

и $r_* = const$, выделяют класс интегрируемых основных функций и наоборот независимость указанных величин ограничивает $\overline{C}_{*\alpha}$, причем в алгебраическом комплексе $\overline{F}_{b*\alpha}$ присутствуют отношения проекций векторов переноса, которые представляются задаваемыми относительными законами переноса и допускают локальное подобие, где

$$\overline{F}_{b*\alpha} \equiv \frac{\dfrac{N_{*\alpha}}{F_{*\alpha}}}{\dfrac{\Delta\overline{b}_{*\alpha}}{\Delta b_{*\alpha}}} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ при } * = u,v,w,m_j h, \text{ исключая} \\ * = m_j, h \text{ при } \dfrac{\partial}{\partial\alpha}\left(\dfrac{F_{u\alpha} f_*}{f_u F_{*\alpha}}\right) \neq 0, \\ \text{иначе } \dfrac{J_{\gamma\alpha} J_{\beta\gamma}}{\dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma} J_V} \text{ при } * = m_j, h \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ при } F_{*\alpha} = r_* = 1 \text{ непосредственное ин -} \\ \text{тегрирование } (r_* \text{ - показатель степени}); \\ \dfrac{\ln(1+\Delta b_{*\alpha}/b_{*\alpha})}{\Delta b_{*\alpha}/b_{*\alpha}} / \dfrac{\ln(1+\Delta\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*\alpha})}{\Delta\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*\alpha}}, r_* = 0; \\ \dfrac{\ln(1+\Delta b_{*\alpha}/b_{*\alpha})}{\Delta b_{*\alpha}/b_{*\alpha}} / \dfrac{(1+\Delta\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*\alpha})^{r_*}-1}{r_*\Delta\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*\alpha}}, r_* \neq 0; \end{array} \right.$$

$$N_{*\alpha}(t,\beta,\gamma) \equiv \frac{F_{*\alpha} J_V}{\overline{f}_* J_{\beta\gamma}}, \qquad R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma) \equiv \frac{F_{*\alpha} J_V}{\overline{f}_*} / \frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma}, \qquad F_{*\alpha} \equiv \frac{b_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}} = (\overline{b}_{*\alpha})^{r_*} f_{b*\alpha},$$

$$\frac{J_{\gamma\alpha} J_{\beta\gamma}}{\dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma} J_V} \equiv 1 - \frac{\overline{\gamma}_\alpha \overline{\alpha}_\beta \overline{\beta}_\gamma + \overline{\gamma}_\beta \overline{\alpha}_\gamma \overline{\beta}_\alpha}{J_V / (\dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}\dfrac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta}\dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma})} + \frac{\overline{\alpha}_\beta \overline{\beta}_\alpha + \overline{\gamma}_\alpha \overline{\alpha}_\gamma \overline{\gamma}_\beta \overline{\beta}_\gamma}{J_V / (\dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}\dfrac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta}\dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma})} = 1 + \frac{(\overline{\alpha}_\beta - \overline{\alpha}_\gamma \overline{\gamma}_\beta)(\overline{\beta}_\alpha - \overline{\beta}_\gamma \overline{\gamma}_\alpha)}{J_V / (\dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}\dfrac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta}\dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma})},$$

$J_V \equiv \dfrac{D(\overline{x},\overline{y},\overline{z})}{D(x,y,z)} = \det[c]^{-1}$, $J_{\alpha\gamma} \equiv \dfrac{D(\overline{\alpha},\overline{\gamma})}{D(\alpha,\gamma)}$, $J_{\gamma\alpha} \equiv \dfrac{D(\overline{\gamma},\overline{\alpha})}{D(\alpha,\gamma)}$ и $\overline{\alpha}_\beta = \dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\beta} / \dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}$ - соответственно величины-условия, вспомогательная величина, три тождества с равными левыми частями и дробями в правой части, якобианы и нормированные элементы вложенной матрицы (циклические $\overline{\alpha},\overline{\beta},\overline{\gamma}$ принимают по циклу $\overline{x},\overline{y},\overline{z}$); $\Delta b_{*\alpha} = b_{*\alpha\Gamma} - b_{*\alpha}$ и $\Delta\overline{b}_{*\alpha} = \overline{b}_{*\alpha\Gamma} - \overline{b}_{*\alpha}$ - разности проекций векторов переноса на указанных ниже линиях со значениями на границах областей интегрирования $b_{*\alpha\Gamma}$ и $\overline{b}_{*\alpha\Gamma}$. Комплекс получен при интегрировании членов с коэффициентами $\overline{C}_{*\alpha}$ и параметром t для величин-условий первой группы ($* = u,v,w$) на линиях $\overline{\alpha} = var$, $\overline{\beta} = const$, $\overline{\gamma} = const$ с заменой переменных $\partial\overline{\alpha} = (J_V / J_{\beta\gamma})d\alpha$; а второй ($* = m_j, h$) на поверхностях $\overline{\alpha} = var$, $\overline{\beta} = var$, $\overline{\gamma} = const$ с заменой $\partial\overline{F}_\gamma = (J_V / \dfrac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma})dF_\gamma$ и возвратом к переменной $\overline{\beta}$ с учетом переменных границ интегрирования интегралов. Интегрирование указанных членов одновременно на двух поверхностях F_γ и F_β обеспечивается ограничением аргументов отношений $\dfrac{f_{*\beta}}{f_{*\gamma}}(t,\beta,\gamma)$ при основных уравнениях-условиях $f_{*\alpha}\dfrac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha} = idem$, а однозначность равенством подынтегральных выражений $R_{*\alpha}\dfrac{J_{\gamma\alpha}}{J_V} = \dfrac{f_{*\beta}}{f_{*\gamma}} R_{*\alpha}\dfrac{J_{\alpha\beta}}{J_V}$ ($R_{*\alpha}\dfrac{J_{\gamma\alpha}}{J_V} = \dfrac{F_{*\alpha}}{F_{*\gamma}} R_{*\gamma}\dfrac{J_{\alpha\beta}}{J_V}$), или

$$\frac{J_{\gamma\alpha}}{f_{*\beta}} = idem \;\; (J_{\gamma\alpha}\frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta} = idem,\; J_{\gamma\alpha}J_{\beta\gamma} / \frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma} = idem,\; \frac{J_{\gamma\alpha}J_{\beta\gamma}}{J_V} / \frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma} = idem), \tag{17}$$

которые дают два условия однозначности и равенство правых частей тождеств с якобианами. Дифференцирование интегралов (16) и определение коэффициентов дает

$$\overline{C}_{*\alpha} = \frac{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}\dfrac{\partial}{\partial\overline{\alpha}}\{[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}\}}{\dfrac{\partial\Delta\overline{b}_{*\alpha}}{\partial\overline{\alpha}}} \text{ и } \overline{\lambda}_{*\alpha} = \frac{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}\dfrac{\partial}{\partial\overline{\alpha}}\{[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}\}}{\sum\limits_{\overline{\alpha}}\{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}\dfrac{\partial}{\partial\overline{\alpha}}\{[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}\}\}}, \tag{18}$$

а при $\overline{S}_* = 0$ кроме решения $[1-\overline{F}_{b*\alpha}] = 0$ и ограниченных $\overline{\lambda}_{*\alpha}$ ($\alpha = x, y, z$) допускаются решения $[1-\overline{F}_{b*\gamma}] = 0$ и $\overline{\lambda}_{*\gamma} = 1$, а также $\frac{\partial[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}}{\partial\overline{\alpha}} + (\frac{\overline{b}_{*\beta}}{\overline{b}_{*\alpha}})^{1-r_*} \frac{\partial[1-\overline{F}_{b*\beta}]\Delta\overline{b}_{*\beta}}{\partial\overline{\beta}} = 0$ и неограниченных $\overline{\lambda}_{*\beta} = -\overline{\lambda}_{*\gamma} \to \pm\infty$, включая $\{[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}\}\Big|_{\Lambda_{*\alpha},\Lambda_{*\beta}=const} = const$. Причем комплекс $\overline{F}_{P\alpha*}$ следует из $\overline{F}_{b*\alpha}$ при соответствующей подстановке $b_{P\alpha_*}$ и $\overline{b}_{P\alpha*}$ [1,2].

Матрица величин-условий $[M_{*\alpha}]$ ($* = u, v, w, m_j, h$ - строки, $\alpha = x, y, z$ - столбцы) состоит из трех первых строк величин первой и двух последующих второй группы, а каждый столбец имеет элементы без аргумента, который соответствует его индексу; причем все пять строк могут входить в первую группу. С одной стороны, при двадцати требованиях к элементам (пятнадцать изначальных к аргументам, три к аргументам отношений основных функций преобразования и два однозначности при интегрировании) сохраняются аргументы отношений $\frac{N_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)}{N_{u\alpha}(t,\beta,\gamma)} = \frac{f_u}{f_*}\frac{F_{*\alpha}}{F_{u\alpha}}$ и $\frac{R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)}{R_{m_j\alpha}(t,\beta,\gamma)} = \frac{f_{m_j}}{f_*}\frac{F_{*\alpha}}{F_{m_j\alpha}}$, причем наличие сразу двух величин $N_{*\alpha}$ и $R_{*\alpha}$ в одной строке второй группы дает равенства $\frac{N_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)}{R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)} = \frac{1}{J_{\beta\gamma}}\frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma}$ и $\frac{\partial}{\partial\alpha}[\frac{N_{*\alpha,\alpha}(t,\beta,\gamma)}{R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)}] = [\frac{1}{J_{\beta\gamma}}\frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma}(t,\beta,\gamma)]\frac{\partial}{\partial\alpha}(\frac{F_{*\alpha,\alpha}f_*}{f_{*\alpha}F_{*\alpha}}) = 0$, которые подтверждают переход в комплексе $\overline{F}_{b*\alpha}$; а взаимозависимость элементов следует из равенств $\frac{N_{*\beta,\alpha}(t,\beta,\gamma)}{N_{*\gamma,\alpha}(t,\beta,\gamma)} = \frac{f_{*\gamma}}{f_{*\beta}}\frac{F_{*\beta,\alpha}}{F_{*\gamma,\alpha}}$, $\frac{N_{*\gamma,\alpha}(t,\beta,\gamma)}{N_{*\alpha,\gamma}(t,\alpha,\beta)} = \frac{F_{*\gamma,\alpha}}{F_{*\alpha,\gamma}}$ и $\frac{R_{*\gamma}(t,\alpha,\beta)}{R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)} = \frac{f_{*\beta}}{f_{*\gamma}}\frac{F_{*\gamma}}{F_{*\alpha}}$, что снимает десять изначальных требований, так как существуют: во-первых, три отношения вспомогательных величин первого типа $F_{*\beta,\alpha}/F_{*\gamma,\alpha}(t,\beta,\gamma)$ и три симметричных отношения $F_{*\gamma,\alpha}/F_{*\alpha,\gamma}(t,\alpha,\beta,\gamma)$ в первой группе и, во-вторых, в каждой строке второй группы по одному элементу $R_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)$, достаточного для определения остальных элементов. Возможные исходные ограничения аргументов $R_{*\alpha}(t,\gamma)$ ведут к их ограничению у отношений функций $F_{*\alpha}/F_{*\gamma}(t,\beta,\gamma)$; а отношения $F_{h\alpha}/F_{m_j\alpha} = idem$ ($F_{*\alpha}/F_{u\alpha} = idem$) дают $(F_{h\alpha}f_{m_j})/(F_{m_j\alpha}f_h) = const(t)$ ($(F_{*\alpha}f_u)/(F_{u\alpha}f_*) = const(t)$) и наоборот, в частности, при одно- и разноименном локальном подобии векторов и законов переноса, так как тогда $(F_{h\alpha}f_{m_j})/(F_{m_j\alpha}f_h) = (\Psi^0_{h\alpha}\Lambda_{m_j})/(\Psi^0_{m_j\alpha}\Lambda_h)(1+B_{h\alpha})(\overline{b}_{h\alpha}/\overline{b}_{m_j\alpha})^{r_*}$. С другой стороны, для равенства вторых дробей в правой части тождеств с якобианами необходимы два независимых условия $\overline{\alpha}_\beta\overline{\beta}_\alpha + \overline{\gamma}_\alpha\overline{\alpha}_\gamma\overline{\gamma}_\beta\overline{\beta}_\gamma = idem$, или два равенства $(1-\overline{x}_z\overline{z}_x)(\overline{x}_y\overline{y}_x - \overline{y}_z\overline{z}_y) = 0$ и $(1-\overline{x}_y\overline{y}_x)(\overline{x}_z\overline{z}_x - \overline{y}_z\overline{z}_y) = 0$ с пятью связями девяти элементов вложенной матрицы, а при двумерном ПС первое равенство с тремя связями. Более того, при переходе в комплексе ($J_{\gamma\alpha}J_{\beta\gamma}/(\frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma}J_V) = 1$, $J_V = \frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}J_{\beta\gamma}$) для равенства правых частей тождеств с якобианами необходимы три независимых равенства $(\overline{\alpha}_\beta - \overline{\alpha}_\gamma\overline{\gamma}_\beta)(\overline{\beta}_\alpha - \overline{\beta}_\gamma\overline{\gamma}_\alpha) = 0$ и восемь связей; а также существуют три величины при $\frac{\partial}{\partial\alpha}(\frac{f_{*\alpha}F_{*\alpha}}{f_*F_{*\alpha,\alpha}}) = \frac{\partial}{\partial\alpha}(\frac{1}{J_{\beta\gamma}}\frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\gamma}) = \frac{\partial}{\partial\alpha}[\frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta}(1-\overline{\beta}_\gamma\overline{\gamma}_\beta)] = 0$, или $[\frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\beta}(1-\overline{\beta}_\gamma\overline{\gamma}_\beta)] = const(t) \neq 0$, причем произведения соответствующих элементов вложенной матрицы отличны от единицы, кроме особых точек ($\overline{y}_z \overline{z}_y = \overline{z}_x \overline{x}_z = \overline{x}_y \overline{y}_x = 1$), которые и не рассматриваются. Одна нулевая пара $(\frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\alpha}, \frac{\partial\overline{\gamma}}{\partial\alpha})$ или $(\frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\alpha}, \frac{\partial\overline{\beta}}{\partial\gamma})$ с учетом $\frac{N_{*\alpha}(t,\beta,\gamma)}{F_{*\alpha}} / \frac{\Delta\overline{b}_{*\alpha}}{\Delta b_{*\alpha}} = \frac{\Delta b_{*\alpha}}{\overline{f}_*\Delta\overline{b}_{*\alpha}} \frac{\partial\overline{\alpha}}{\partial\alpha}$ упрощает комплекс, обеспечивая в нем переход. Все сразу нулевые вертикальные или горизонтальные пары приводят к диагональной вложенной матрице; причем ее элементы зависят от параметра и одноименной координаты, которая согласно основным уравнениям-условиям исчезает при ее отсутствии в отношениях $f_{*\beta} / f_{*\gamma}(t,\beta,\gamma)$, исключая координату x для УНС и ПС, а также координаты y и z для ПС у стенки [1,2].

В результате баланса указанных выше взаимозависимости десяти элементов и двадцати требований к матрице $[M_{*\alpha}]$ существует независимых элементов: для НС десять, УНС семь (отсутствует первый столбец из-за малого переноса) и ПС у стенки три (отсутствует вторая строка и при динамическом слое последний столбец первой группы). Коэффициенты $\overline{C}_{*\alpha}$ не влияют на процесс непосредственного интегрирования, где нет $F_{*\alpha}$ с тремя ограничениями, причем $f_h = const(t)$, аргументы для НС - $f_v / f_u = const(t)$ и $f_w / f_u = const(t)$, УНС - $f_v / f_u(t,x)$ и $f_w / f_u(t,x)$, ПС - $f_w / f_u(t,x,z)$. В остальных случаях возможны ограничения проекций векторов переноса, ввиду аргументов (t,β,γ) отношений $(F_{*\alpha}f_u)/(F_{u\alpha}f_*)$ и $(F_{*\alpha}f_{m_j})/(F_{m_j\alpha}f_*)$, а способ интегрирования и распределение строк по группам носит конкретный характер в каждом расширении решения.

В ЭПС относительные законы (6,7) при заданной функции f_φ замыкают эту систему. При $\overline{P} \neq const$ или $P \neq const$ девятнадцать дополнительных уравнений-условий могут иметь: четыре коэффициента l_* ($l_* + n_* = 1$, $\overline{\alpha}_* = t,x,y,z$), двенадцать множителей $\overline{\lambda}_{*\alpha}$ ($* \neq m_j$) и три $\overline{\lambda}_{m_j\alpha}$ ($\overline{\alpha} = \overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$), а для интегрируемых функций уравнения-условия (16)

$$[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha} \mp \int_{\alpha}^{\delta_\alpha} \frac{\overline{\lambda}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}(l_*\frac{h^0}{h}+n_*)(\frac{1}{\overline{f}_*}\frac{\partial P}{\partial\alpha_*} - \frac{h}{h^0}\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}_*})d\overline{\alpha} = 0 \text{ и} \tag{19}$$

$$[1-\overline{F}_{bm_j\alpha}]\Delta\overline{b}_{m_j\alpha} + \int_{\alpha}^{\delta_\alpha} \frac{\overline{\lambda}_{m_j\alpha}\rho m_j^0(\vec{V}_T \circ \vec{\Phi}_\alpha(m_j^0))}{\overline{f}_{m_j}(\overline{b}_{m_j\alpha})^{1-r_*}} d\overline{\alpha} = 0 . \tag{20}$$

В первом подходе (19) дополнительные уравнения-условия соответственно двенадцать $\frac{\overline{\lambda}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}(l_*\frac{h^0}{h}+n_*)\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}_*} = \frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}$ и четыре $(l_*\frac{h^0}{h}+n_*)\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}_*} = \sum_\alpha[\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}]$ дают равенства $\overline{\lambda}_{*\alpha} = [\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}] / \sum_\alpha[\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}]$, $[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha} \mp \int_\alpha^{\delta_\alpha}(1-\frac{h}{h^0}+\overline{P}_* / \frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}_*})\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}d\overline{\alpha} = 0$ и $\frac{\overline{C}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}\frac{\partial\overline{b}_{*\alpha}}{\partial\overline{\alpha}} \mp (1-\frac{h}{h^0}-\overline{C}_{P\alpha*})\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}} = 0$, где $[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha} \mp \int_\alpha^{\delta_\alpha}(1-\frac{h}{h^0})\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}d\overline{\alpha} = 0$ и $\overline{P}_* = 0$; $[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha} \mp [J_{*\alpha}(\beta,\gamma)P\Big|_\alpha^{\delta_\alpha} - \int_\alpha^{\delta_\alpha}\frac{h}{h^0}\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}}d\overline{\alpha}] = 0$ с $\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}_*} = \frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{\alpha}} = idem$ и $\overline{\lambda}_{*\alpha} = \frac{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}{\sum_\alpha(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}$;

а $[1-\overline{F}_{b*\alpha}]=0$ при характерных преобразованиях: 2 - $\overline{\lambda}_{*\alpha}=0$; 4 - $\overline{S}_{*}=0$ и 5 - в пределе. Во втором подходе (20) пятнадцати и пяти дополнительным уравнениям ($\overline{P}_{*}=0$)
$\frac{\overline{\lambda}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}\rho a_* \sum_{*j=1}^{w}[a_{*j}\Phi_{\alpha*j}(a_*)]=a_*a_{*j0}\Phi_{\alpha*j0}(a_*)$ и $\rho\sum_{*j=1}^{w}[a_{*j}\Phi_{\alpha*j}(a_*)]=a_{*j0}\Phi_{\alpha*j0}(a_*)\sum_{\overline{\alpha}}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}$, соответствуют аналогично по пятнадцать равенств ($S_*=s_*$): $\overline{\lambda}_{*\alpha}=(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}/\sum_{\overline{\alpha}}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}$,
$[1-\overline{F}_{b*\alpha}]\Delta\overline{b}_{*\alpha}\mp\int_{\overline{\alpha}}^{\overline{\delta}_\alpha}\frac{a_*a_{*j0}}{\overline{f}_*}\Phi_{\alpha*j0}(a_*)d\overline{\alpha}=0$ и $\frac{\overline{C}_{*\alpha}}{(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}}\frac{\partial\overline{b}_{*\alpha}}{\partial\overline{\alpha}}\mp\frac{a_*a_{*j0}}{\overline{f}_*}\Phi_{\alpha*j0}(a_*)=0$; причем $[1-\overline{F}_{b*\alpha}]=0$ для проекции $\Phi_{\alpha*j0}(a_*)=0$ ($\overline{\lambda}_{*\alpha}=0$), включая $\Phi_t(h^0)=0$ при стационарном течении, и вектора преобразования $\vec{\Phi}(a_*)=0$ (характерные преобразования 3 и 5). Оба подхода при $\overline{P}_*=0$ имеют равенство $\overline{\lambda}_{*\alpha}$, проекций $\overline{grad\,P}$ и согласуется с характерным преобразованием 5. При локальном подобии в первом подходе $\overline{\lambda}_{*\alpha}=\overline{\lambda}_{*0\alpha}$ и $*\neq m_j$, а во втором $\overline{\lambda}_{*\alpha}/\overline{\lambda}_{*0\alpha}=(\overline{b}_{*\alpha}/\overline{b}_{*0\alpha})^{1-r_*}[\sum_{\alpha}(\overline{b}_{*0\alpha})^{1-r_*}/\sum_{\alpha}(\overline{b}_{*\alpha})^{1-r_*}]$ и $P_*=P_{*0}=0$ [2].

В классе интегрируемых функций «закон соответствия» сечений определяется в виде

$$[1-\overline{F}_{b*\alpha}]_{cm}+(\overline{\lambda}_{*\alpha}\overline{S}_*)_{cm}=0, \tag{21}$$

включая $(\overline{\lambda}_{*\alpha}\overline{S}_*)_{cm}=0$. Подстановка равенств (15) в (21) дает связь сходственных сечений прообраза и образа, тогда при одной форме функций и аргументов соответственно

$$\mathrm{I}\equiv(F_{*\alpha}f_u)/(F_{u\alpha}f_*)\Big|_{B_{*\alpha}=0}^{[\oplus_*]=1}=(\overline{b}^0_{*\alpha}/\overline{b}^0_{u\alpha})^{r_*}(f_*/f_u)^{\mathrm{K}_{\oplus*}-1},\ \mathrm{I}=(\overline{b}^0_{*\alpha}/\overline{b}^0_{u\alpha})^{r_*}\ \text{и}\ f_*/f_u=1, \tag{22}$$

а полное подобие законов образа дает форму комплекса $\overline{F}_{b*\alpha}$, как нулевая пара и $r_*=0$.

4. ЗАМЕЧАНИЯ

Локальное подобие одноименных однородных одинаковой формы законов переноса вблизи стенки допускает точное преобразование ламинарных ($\mu=\overline{\mu}$, $\mathrm{K}_{\oplus*}=\overline{\mathrm{K}}_{\oplus*}=1$, $n_{*\alpha}=\overline{n}_{*\alpha}$) и приближенное турбулентных ($\mathrm{K}_{\oplus*}\cong\overline{\mathrm{K}}_{\oplus*}=1$, $\mu_e\cong\overline{\mu}_e$ $n_{*\alpha}=\overline{n}_{*\alpha}$) течений. Эффективность завесы $\eta_A\equiv(A_{cm.a}-A_1)/(A_2-A_1)$ определяется с помощью параметра A ($A=h^0, m_j^0, T^0$ - энтальпийная, концентрационная, температурная), где 1 и 2 - основной и вдуваемый газ, ст.а - непроницаемая стенка. При постоянстве f_{m_j}, f_h и тепломассоаналогии на стенке σ-преобразование дает $\eta_{m_j}=\overline{\eta}_{m_j}$, $\eta_h=\overline{\eta}_h$, $\eta_h=\eta_{m_j}$ и необходим только пересчет координат. «Закон соответствия» сечений дает связь координат и при $[1-\overline{F}_{h\alpha}]_{cm}=0$ ($\mathrm{K}_{\oplus*}\cong\overline{\mathrm{K}}_{\oplus*}=1$) хороший пересчет опытов по эффективности завес за единичным отверстием и рядом отверстий, а также щелями при различном отношении плотностей вдуваемого газа и основного потока ($\rho_2/\rho_1\cong1-4$), при Ma_1 от 0 до 3 [1,2].

С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьев в 1962 г. предложили метод решения интегральных уравнений турбулентного двумерного ПС с использованием относительных функций трения $\Psi_{Cf}\equiv(C_f/C_{f0})_{\mathrm{Re}^{**}}$, теплообмена $\Psi_{St}\equiv(St/St_0)_{\mathrm{Re}_T^{**}}$ и массообмена $\Psi_{St_D}\cong\Psi_{St}$, который хорошо согласуется с опытными данными, в частности по трению, и интер-

претируется, как сохраняющее вид уравнений Кармана σ_i-преобразование на стенке: образ - эталонные условия, относительные законы - относительные функции при допущении $\mathrm{Re}^{**} = \overline{\mathrm{Re}}^{**}$, $\mathrm{Re}_T^{**} = \overline{\mathrm{Re}}_T^{**}$, $\mathrm{Re}_D^{**} = \overline{\mathrm{Re}}_D^{**}$ в сечениях сравнения (сходственных) [4].
Д. Коулз в 1964 г. предложил σ-преобразование уравнений импульса турбулентного двумерного ПС и при $\overline{\rho} = const$ обобщил опыты по коэффициенту поверхностного трения на плоской стенке высокоскоростного воздушного потока, измеренные с помощью плавающего элемента при $Ma \cong 0-6$ (опыты, что и в [4]). Им были приняты обоснованные аргументы отношения функций тока $\sigma_{33}(x) \equiv \overline{\Psi}_{33}(\overline{x},\overline{y}) / \Psi_{33}(x,y)$, функций $\xi(x)$ и $\eta(x)$ при $f_u(x) = \eta / \sigma_{33}$, $\overline{\delta}^{**} / \delta^{**} = \eta\rho_\delta / \overline{\rho}$, $\overline{\mathrm{Re}}^{**} / \mathrm{Re}^{**} = \sigma_{33}\mu_\delta / \overline{\mu}$ и равенствах ($V_{cm} = 0$)

$$\frac{\overline{C}_f\,\overline{\mathrm{Re}}^{**}}{C_f\,\mathrm{Re}^{**}} = \frac{\rho_\delta \mu_\delta}{\rho_{cm}\mu_{cm}},\ \frac{\overline{\mu}/\sigma_{33}}{\mu_{cm}} = \frac{\rho_{cm}}{\rho_\delta}\frac{\overline{C}_f}{C_f},\ \frac{\overline{\mu}/\sigma_{33}}{\mu_{cm}} = [\frac{\mu_S}{\mu_{cm}} = \frac{\mu(T_S)}{\mu(T_{cm})}] = \frac{\rho_{cm}}{\rho_\delta}\frac{\overline{C}_f}{C_f}, \tag{23}$$

где первые «закон соответствия» сечений (15) в разной записи ($\Phi_y(u) = 0$, $\mathrm{K}_{\oplus u} = 1$, $n_{uy} = \overline{n}_{uy}$), а третье «гипотеза подслоя» с температурой T_S и $\mu_S = \overline{\mu} / \sigma_{33}$ на основе консервативности «закона стенки». Обобщение опытов дало $\sigma_{33}(Ma, \mathrm{Re}^{**})$ и расход «подслоя» $\mathrm{Re}_S \equiv (\rho u y / \mu)_S = 8500$, что интерпретируется, как консервативность «закона стенки» у образа ($\overline{\rho}\overline{u}_\tau \overline{y}_S / \overline{\mu} = 430$, $\overline{u}_S / \overline{u}_\tau = 19{,}8$) - относительный закон переноса [1-3].

Современные численные процедуры решения уравнений НС (УНС, ПС) можно интерпретировать, как σ-преобразование дифференциальных уравнений НС: образ – уравнения ламинарного течения; прообраз - осредненное по Рейнольдсу турбулентное течение с сохранением формы законов ламинарного переноса и относительном законе турбулентной (эффективной) вязкости по А. Н. Колмогорову, дополненном упрощенной моделью переноса кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации [3].

5. ВЫВОДЫ

Расширение решения системы мгновенных транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса обеспечивается на основе трех положений. Во-первых, существует взаимосвязь таких систем переноса, которая реализуется путем σ-преобразования сложных к простейшим и наоборот. Во-вторых, относительные законы переноса и состояния среды предопределяют основные функции преобразования, которые связывают параметры таких систем и следуют из уравнений-условий преобразования, линейных алгебраических и квазилинейных дифференциальных первого порядка дефектов. В-третьих, имеется класс аналитических функций, интегрируемых в уравнениях-условиях. Метод преобразования подтвержден на опытных данных по эффективности защитных завес и коэффициентам поверхностного трения в высокоскоростном потоке на плоских стенках, а также обобщением ранних преобразований А. Дородницына, К. Стюартсона, К. Иллингворта, Д. Коулза, Л. Крокко плоского стационарного ПС.

Литература

[1] Репухов В. М. Общее преобразование уравнений нестационарного конвективного тепломассопереноса к простейшему виду. Пром. теплотехника. 2005. Т. 27, №2. С. 9-20.
[2] Репухов В. М. Преобразование общих транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса с использованием относительных законов переноса. Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Тр. XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов. М.: МЭИ. 2007. Т. 2. С. 546-549.

[3] Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1973. 848 с.
[4] Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск: СО АН СССР. 1962. 180 с.