

УДК 532.529

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПЕРЕХОДЕ К ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМУ ТЕЧЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

**О.В. Матвиенко, А.А. Клепова**

*Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36*

Известно [1], что переход к турбулентному режиму течения в каналах начинается при числе Рейнольдса равном  $Re = 2300$ . Однако и при меньших значениях числа Рейнольдса возникающие в потоке возмущения могут приводить к локальной турбулизации течения и способствовать интенсификации теплообмена. Ниже исследуется влияние этих возмущений, связанных с особенностями подачи потока в цилиндрический канал, а также с действием центробежных сил, существующих в закрученном потоке, на характеристики теплопереноса.

Для описания структуры потока используются двумерные осесимметричные уравнения Рейнольдса, записанные относительно осредненных по времени составляющих осевой  $u$ , радиальной  $v$ , тангенциальной  $w$  скорости и давления  $p$  [2]:

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho vr}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial ru^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho uv r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial vr}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_{\text{eff}} r \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} = & -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_{\text{eff}} r \left( 2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial vr}{\partial r} \right) \right) \right] - 2 \frac{\mu_{\text{eff}} v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho uw}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho vwr}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{\text{eff}} \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{r\varphi}} r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho vw}{r}. \quad (4)$$

Исследования характеристик турбулентности осуществлялось с использованием двухпараметрической  $k$ - $\varepsilon$  модели, адаптированной Джонсом и Лаундером для расчета течений с низкими числами Рейнольдса [3]:

$$\frac{\partial \rho uk}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho vkr}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G_k - \rho \varepsilon - D, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho u \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v \varepsilon r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + (C_1 - C_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + E, \quad (6)$$

В (5,6)  $G_k$  - диссипативная функция, которая рассчитывается как:

$$G_k = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( r \frac{\partial w / r}{\partial r} \right)^2 \right\}, \quad (7)$$

$$D = 2\mu \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2 \right],$$

$$E = 2 \frac{\mu_0 \mu_t}{\rho} \left\{ \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right) \right]^2 \right\}.$$

Значения констант выбираются в соответствие с рекомендациями [3]:  $C_1 = 1.44$ ,  $C_2 = 1.92(1 - C_3 Ri) f_2$ ,  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ . Число Ричардсона  $Ri$  определяется следующим выражением:

$$Ri = \frac{k}{\varepsilon^2} \frac{w^2}{r} \frac{\partial(wr)}{\partial r}. \quad (8)$$

Эффективная вязкость ( $\mu_{\text{eff}}$ ) определяется как сумма молекулярной ( $\mu$ ) и турбулентной вязкости ( $\mu_t$ ). Турбулентная вязкость может быть рассчитана с использованием  $k - \varepsilon$  модели турбулентности [3]:

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho k^2 \varepsilon^{-1}, \quad (9)$$

где  $C_\mu = 0.09$  – константа модели турбулентности,  $f_\mu = \exp(-3.4/(1 + 0.02 Re_t^2))$ ,  $f_2 = 1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$  – функции модели турбулентности, зависящие от турбулентного числа Рейнольдса  $Re_t = \rho k^2 / \mu \varepsilon$ .

При моделировании теплопереноса уравнение теплопроводности удобно анализировать в безразмерном виде относительно безразмерной температуры  $\theta = (T - T_{in}) / (T_w - T_{in})$ , где  $T_{in}$  – температура на входе в канал, а  $T_w$  – температура стенок канала:

$$C_p \left( \frac{\partial \rho u \theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda_e \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda_e r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right]. \quad (10)$$

Плотность среды  $\rho$  определяется уравнением состояния:

$$\rho = \frac{p}{R_g T}, \quad (11)$$

где  $R_g$  – газовая постоянная.

Вследствие эллиптичности системы дифференциальных уравнений для замыкания задачи необходима постановка граничных условий на всех границах расчетной области.

Граничные условия на входе определяются для всех переменных. Задается распределение скорости потока, а кинетическая энергия турбулентности на входе берется пропорциональной кинетической энергии осредненного течения.

$$x = 0: \quad u = u_{in}, \quad v = 0, \quad w = \Omega u_{in} \left( \frac{2r}{d} \right)^n, \quad k = Tu \cdot (u_{in}^2 + w_{in}^2),$$

$$\varepsilon = 2k_{in}^{3/2} / (\eta d), \quad \theta = 0$$

Здесь  $\eta = 0.005$ ,  $Tu$  - константы модели,  $d$  - диаметр канала,  $\Omega$ ,  $n$  - параметры, характеризующие интенсивность закрутки потока на входе в канал.

На выходе осевые составляющие градиента тангенциальной скорости, температуры, а также турбулентных характеристик  $k$  и  $\varepsilon$ , предполагаются равными нулю. Значения радиальной скорости  $v$  в выходных сечениях берутся равными нулю. Таким образом, в выходных сечениях граничные условия можно записать в виде

$$x = L: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0.$$

На оси канала задаются традиционные условия:

$$r = 0: \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0.$$

На стенках канала выполняется условие прилипания и идеальной теплопроводности. Для определения турбулентных характеристик предполагается локальное равновесие в пристеночной области.

$$r = d/2: \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad k = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad \theta = 1.$$

Предваряя анализ влияния закрутки на теплообмен, рассмотрим сначала влияние возмущений на число Нуссельта в случае отсутствия закрутки. Турбулизация потока, возникающая даже при низких числах Рейнольдса, приводит к изменению характеристик теплопереноса в канале.

На рис. 1 показано изменение вниз по потоку числа Нуссельта  $Nu$ , построенного по среднерасходной температуре и диаметру канала.

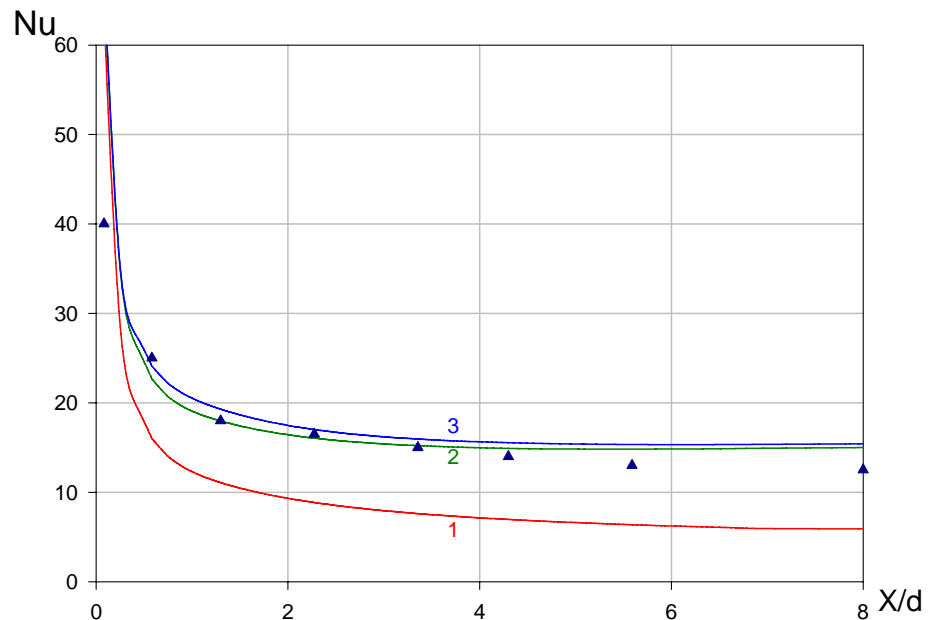


Рис. 1 Изменение  $Nu$  вниз по потоку  $u_{in} = 0.1$  м/сек ( $Re = 852$ ):

1 - ламинарное течение, 2 -  $Tu = 0.05$ , 3 -  $Tu = 0.5$ ,  $\blacktriangle$  - данные работы [4]

Кривая 1 соответствует расчету, в котором не учитывается влияние турбулентных возмущений на теплообмен, и поток всюду считается ламинарным. Кривые 2, 3, напротив, учитывают влияние турбулизации потока. Кривая 2 построена для  $Tu = 0.05$ , 3 –  $Tu = 0.5$ . Символы на рисунке соответствуют экспериментальным данным, взятым из справочника [4]. Анализ рис. 1 позволяет сделать следующие выводы.

Турбулентные возмущения, возникающие в потоке приводят к увеличению коэффициента теплоотдачи на гидродинамически и термически нестабилизированном участке ( $x/d < 10$ ) примерно в 2.5 раза по сравнению с "ламинарным" расчетом. Близость кривых 2 и 3, соответствующих слабой и сильной начальной турбулизации потока свидетельствует о том, что начальная турбулентность потока слабо влияет на  $Nu$ . Основным фактором интенсификации теплообмена здесь выступает турбулизация потока, связанная с формированием динамического и термического пограничных слоев. Интересно также отметить, что кривые 2 – 3 наилучшим образом соответствуют экспериментам [4] по теплоотдаче потоков с низкими числами  $Re$ . Это свидетельствует о реальном существовании и влиянии турбулентных возмущений на теплообмен на начальном гидродинамически и термически нестабилизированном участке течения и необходимости учета этого влияния для определения параметров теплообмена.

Влияние закрутки на структуру течения и теплообмен в потоке удобно характеризовать интегральным параметром закрутки Хигира-Бэра [5], представляющим собой отношение осевой составляющей потока момента количества движения к произведению радиуса канала и осевой составляющей потока количества движения:

$$\Phi_* = \frac{\int_0^{d/2} \rho u w r^2 dr}{\left( \frac{d}{2} \int_0^{d/2} \rho u^2 r dr \right)}.$$

На входе в канал с учетом граничных условий параметр Хигира-Бэра равен  $\Phi_* = \Omega / (n + 3)$ .

При анализе теплообмена закрученного потока в относительно коротких трубах  $x/d < 10$  необходимо учитывать особенности структуры потока за завихрителем [5]. Для степенного закона изменения радиального распределения тангенциальной скорости  $w$  в зависимости от сочетаний параметров  $\Omega$  и  $n$  центробежные силы могут иметь активный, консервативный или безразличный характер воздействия на турбулизацию течения. В качестве характеристики такого воздействия можно использовать число Ричардсона. При  $Ri < 0$  центробежные силы приводят к дополнительной турбулизации потока, а при  $Ri > 0$  способствуют реламинаризации течения.

Вдали от завихрителя  $x/d > 5$  в ядре потока происходит квазитвердое вращение  $w/r \approx const$  для различных законов и видов закрутки. В этом случае центробежные силы имеют безразличный характер, что качественно согласуется с выводами работы [5]. Число Нуссельта на основном участке трубы пропорционально числу Рейнольдса в степени 0.8 для турбулентного и 1/3 для ламинарного течения.

Вблизи от завихрителя изменение коэффициента теплоотдачи имеет другой характер. На рис. 2 показано изменение  $Nu$  вниз по потоку для  $n = 0$ .

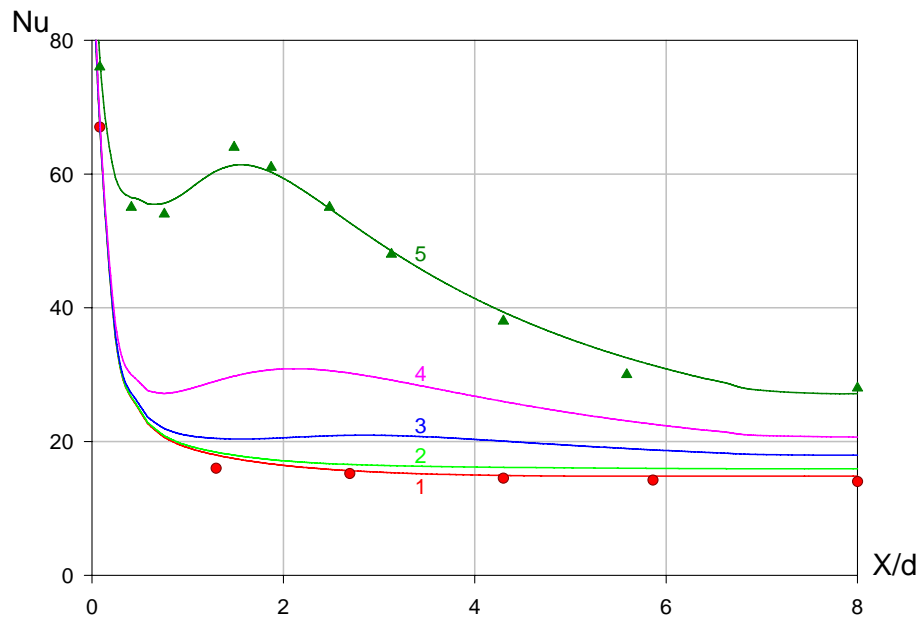


Рис. 2 Изменение  $Nu$  вниз по потоку  $u_{in} = 0.1$  м/сек ( $Re = 852$ ),  $n = 0$ : 1 –  $\Omega = 0$  ( $\Phi_* = 0$ ), 2 –  $\Omega = 0.36$  ( $\Phi_* = 0.24$ ), 3 –  $\Omega = 0.84$  ( $\Phi_* = 0.56$ ), 4 –  $\Omega = 1.73$  ( $\Phi_* = 1.15$ ), 5 –  $\Omega = 5.67$  ( $\Phi_* = 3.78$ ), ● – данные работы [4], ▲ – данные работы [5]

На участке  $x/d < 4$  это изменение характеризуется наличием минимума и максимума с координатами  $x_{min}$  и  $x_{max}$ . На участке  $0 < x < x_{min}$  число Нуссельта пропорционально  $Re^{1/3}$ , что соответствует ламинарному режиму течения, в области  $x_{min} < x < x_{max}$  – число Нуссельта  $Nu$  пропорционально  $Re^{3/2}$ , при  $x_{max} < x < 10d$  число Нуссельта  $Nu$  пропорционально  $Re^{0.8}$ , что позволяет говорить о турбулентном теплообмене, а при  $x > 10d$  зависимость Нуссельта от Рейнольдса определяется показателем степени равным  $1/3$ , что свидетельствует о реламинаризации течения. Проведенные расчеты находятся в хорошем соответствии с данными экспериментов [5]. Указанный выше характер изменения теплоотдачи объясняется активным характером действия центробежных сил, в потоке с  $n = 0$ . Наиболее заметно это проявляется для случая сильной закрутки потока (кривая 5). На участке  $x_{min} < x < x_{max}$  происходит процесс турбулизации течения и, связанное с ним увеличение  $Nu$ . Вниз по потоку по мере формирования температурного пограничного слоя значения числа Нуссельта уменьшаются и, в конце концов, выходят на значения, полученные для ламинарных потоков:  $Nu = 3.66$ .

С увеличением параметра  $n$  зависимость  $Nu(x)$  претерпевает ряд изменений. Так при  $n = 1$  центробежные силы в ядре потока имеют безразличный характер, и только в пристеночной зоне существует область активного воздействия. Дополнительная турбулизация не приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи, и область перехода характеризуется наличием плато с постоянными значениями  $Nu$  (рис. 3, кривая 5). При  $n = 2$  центробежные силы способствуют реламинаризации течения, что приводит к уменьшению теплоотдачи по сравнению с потоками для  $n = 0$  даже при одном и том же  $\Phi_*$  (рис. 4). При этом зависимость  $Nu(x)$  становится монотонной.

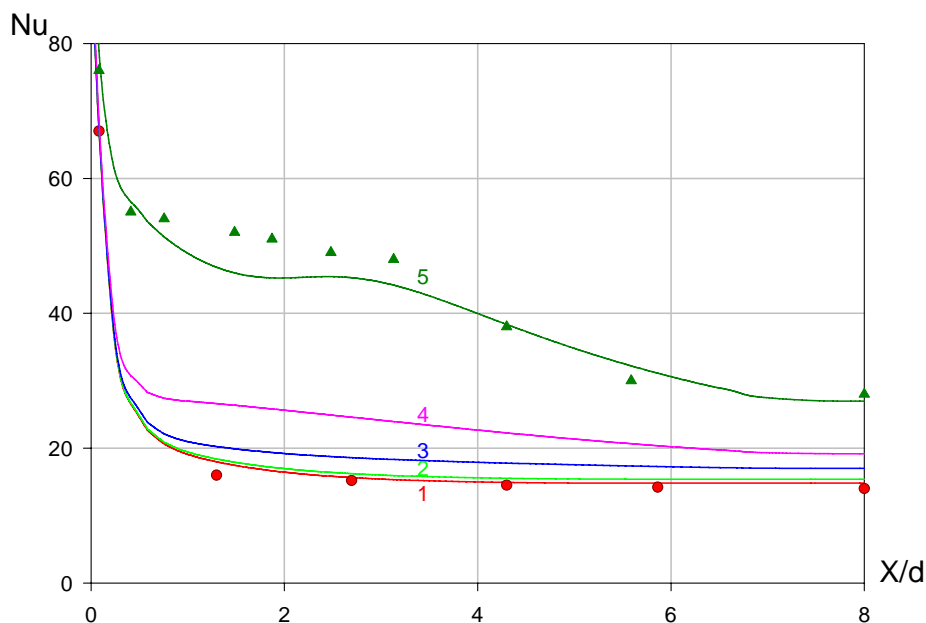


Рис. 3 Изменение  $Nu$  вниз по потоку  $u_{in} = 0.1$  м/сек ( $Re = 852$ ),  $n = 1$ : 1 –  $\Omega = 0$  ( $\Phi_* = 0$ ), 2 –  $\Omega = 0.49$  ( $\Phi_* = 0.24$ ), 3 –  $\Omega = 1.12$  ( $\Phi_* = 0.56$ ), 4 –  $\Omega = 2.31$  ( $\Phi_* = 1.15$ ), 5 –  $\Omega = 7.56$  ( $\Phi_* = 3.78$ ), ● – данные работы [4], ▲ – данные работы [5]

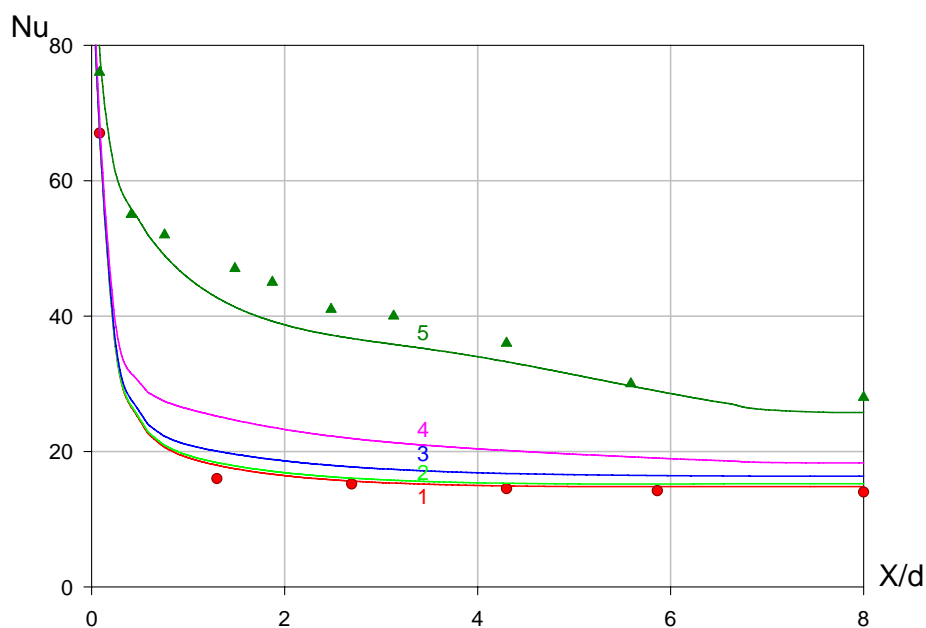


Рис. 4 Изменение  $Nu$  вниз по потоку  $u_{in} = 0.1$  м/сек ( $Re = 852$ ),  $n = 2$ : 1 –  $\Omega = 0$  ( $\Phi_* = 0$ ), 2 –  $\Omega = 0.61$  ( $\Phi_* = 0.24$ ), 3 –  $\Omega = 1.40$  ( $\Phi_* = 0.56$ ), 4 –  $\Omega = 2.89$  ( $\Phi_* = 1.15$ ), 5 –  $\Omega = 9.45$  ( $\Phi_* = 3.78$ ), ● – данные работы [4], ▲ – данные работы [5]

Таким образом, с помощью формирования закона радиального изменения профиля тангенциальной скорости можно управлять интенсивностью теплообмена.

## Список литературы

- [1] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. 712с.
- [2] Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588с.
- [3] Jones W.P., Launder B.E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two – equation model of turbulence//Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 16, 1973, pp. 1119-1130.
- [4] Справочник по теплообменникам. Т.1. Пер. с англ. под ред. Петухова Б.С. – М.: Энергоиздат, 1987. 560с.
- [5] Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. Киев: Наукова думка, 1989.192с.