

УДК 532.517.4:536.24

## РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ ДЕСЯТИЛЕТНЕЙ РАЗРАБОТКИ МНОГОБЛОЧНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (МВТ) В ПАКЕТЕ VP2/3 ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

П.А. Баранов<sup>1</sup>, С.А. Исаев<sup>1</sup>, А.Г. Судаков<sup>2</sup>, А.Е. Усачов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>ФГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации»

<sup>2</sup>ОАО АК «Ригель», Санкт-Петербург

<sup>3</sup>ГНИЦ ЦАГИ им.Н.Е.Жуковского, Москва

*Дается генезис развития многоблочных вычислительных технологий (МВТ) и пакета VP2/3 (Velocity - Pressure, 2D/3D - версии) для решения задач вихревой гидромеханики и теплообмена в рамках подхода, основанного на уравнениях NS-RANS&URANS. Особое внимание уделяется апробации модели переноса сдвиговых напряжений Менгера (MSST), ее модификации для расчета отрывных течений. Верификация МВТ и VP2/3 проводится на многочисленных тестовых задачах, имеющих экспериментальные аналоги. Разработанные программные комплексы применены для решения фундаментальных проблем смерчевой интенсификации теплообмена в окрестности луночных рельефов и управления обтеканием тел с вихревыми ячейками. Также демонстрируется их использование для создания ряда прогностических систем и обоснования технических проектов.*

### Ключевые слова

Уравнения Навье-Стокса и Рейнольдса, факторизованные, неявные методы, многоблочные расчетные технологии, модель турбулентности Менгера, теплоотдача, интенсификация, луночные рельефы.

### Условные обозначения

$c_p$  – коэффициент давления;  $c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении (кДж/(кг К));  $d$  – диаметр лунки (м);  $E$  – релаксационный параметр;  $n$  – координата, отсчитываемая по нормали к контуру (в долях  $d$ );  $Nu$  – число Нуссельта, определенное как  $d\theta/dn$ ;  $OTL$  – коэффициент усиления кинематической вязкости;  $p$  – давление, отнесенное к удвоенному скоростному напору (в долях  $\rho U^2$ );  $Pr$  – число Прандтля ( $Pr=c_p \mu / \lambda$ );  $Re$  – число Рейнольдса ( $Re=\rho UD/\mu$ );  $T$  – температура (град. Кельвина);  $U$  – скорость однородного потока (м/с);  $u$  – горизонтальная составляющая вектора скорости (в долях  $U$ );  $x, y, z$  – декартовы координаты (м);  $\alpha$  – температуропроводность ( $m^2/c$ );  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности (Вт/(м К));  $\mu$  – вязкость (Па с);  $\theta$  – безразмерная температура [ $\theta = (T-T_{wall})/(T_{inlet}-T_{wall})$ ];  $\rho$  – плотность (кг/м<sup>3</sup>);  $\zeta$  – коэффициент гидравлических потерь. Индексы нижние: inlet – параметры на входе в расчетную область; pl – параметры на плоскости без лунки; wall – параметры на стенке.

### Введение

На рубеже 90-х гг, в целом, сформировалась методология конечно-объемного решения задач, в дальнейшем (на индустриальном этапе развития вычислительной гидродинамики (CFD)) нашедшая отражение в пакетных технологиях [1]. Ее основные черты следующие.

- Дискретизация исходных уравнений, записанных в приращениях зависимых переменных (включающих декартовы составляющие скорости - давление) в криволинейных неортогональных координатах, на центрированном шаблоне с расположением величин зависимых переменных в центре расчетной ячейки моноблочной сетки.

- Решение системы уравнений глобальными итерациями в рамках концепции расщепления по физическим процессам с использованием процедуры согласованной коррекции давления (SIMPLEC) с регуляризацией Рхи-Чоу на центрированной сетке при выборе параметра релаксации равным 0.1.

- Дискретизация конвективных членов уравнений переноса в неявной части по противопоточным односторонним разностям и в явной части по одномерной версии схемы Леонарда.

- Увеличение коэффициента диффузионного переноса в неявной части уравнений позволяет избежать высокочастотных осцилляций в решении.

- Повысить скорость сходимости глобальных итераций позволяет решение разностных уравнений методом неполной матричной факторизации (SIP – сильно неявная процедура Стоуна).

Расчетная методология прошла тестирование на двумерных задачах с фиксированной и нефиксированной точкой отрыва: о циркуляционном течении в квадратной каверне с подвижной крышкой, об отрывном течении в ступенчатом канале, о симметричном обтекании диска и цилиндра, поперечного кругового цилиндра. Особо следует отметить проведенное детальное исследование существенного (на порядок величины) снижения сопротивления тел при их тандемном расположении (тел с передней срывной зоной - ПСЗ) по сравнению с одиночными плохообтекаемыми телами [1].

## **Генезис MBT**

Проблематика обтекания толстых профилей с вихревыми ячейками десять лет назад инициировала разработку MBT, реализованных в специализированном пакете прикладных программ VP2/3 [2]. Их несомненное достоинство состоит в улавливании разномасштабных элементов структуры отрывного течения на совокупности сеток простой топологии соответствующего масштаба, накладываемых друг на друга. В результате достигается не только значительная экономия сеточных ресурсов, но и повышение точности решения за счет размещения сеток только в желательных местах (определяемых интерактивно) с настройкой на рассчитываемую картину течения. Так, например, хорошее разрешение пристеночной области течения за счет введения отдельной мелкой сетки позволило без существенных затруднений перейти на современные низкорейнольдсовы модели турбулентности, такие как модель переноса сдвиговых напряжений Ментера (MSST) [3] и модель вихревой вязкости Спаларта-Аллмареса (SA) [4]. Наложенная мелкая сетка в ближнем следе за круговым цилиндром способствовала надлежащему разрешению нестационарной вихревой дорожки Кармана. Особое внимание уделяется воспроизводству мелкомасштабного течения около скругленной острой кромки (например, в канале с круговой каверной), в окрестности которой вводится специальная сетка соответствующего масштаба. Также с помощью отдельной сетки выделяется зона расположения развивающегося сдвигового слоя. Вообще говоря, количество вводимых сеток неограниченно и в пакете VP2/3 средствами объектно-ориентированного программирования осуществляется их автоматическое соединение и установление связей между ними. Безусловно, введение дополнительной сетки, связанной с той или иной гидродинамической (или физической) особенностью течения (поля характеристик), настройка ее на соответствующий

масштаб осуществляются в ходе получения предварительного решения. Важную роль при этом отводится интерполяции данных с сетки на сетку и не только на этапе подготовки к решению задачи. Вообще рассматриваемый подход, связанный с необходимостью определения параметров в области пересечения сеток, представляется дискуссионным, поскольку существует опасение, что нарушается консервативность. Представляется оправданным, что используется та или иная интерполяционная процедура. В [2] численно доказана эквивалентность консервативной и линейной интерполяции. Также разработаны процедуры коррекции, обеспечивающие сохранение массы на пересекающихся многоблочных сетках.

Постепенно многоблочный подход был обобщен для анализа пространственных отрывных течений; для интерпретации нестационарных, в основном циклических режимов, в том числе при использовании скользящих сеток; для расчета конвективного теплообмена около луночных рельефов, в пакетах труб со струйными и вихревыми генераторами, в том числе при движении неоднородных сред (с переменными физическими свойствами типа масел) [5]. При этом развиты оригинальные подходы к интерпретации периодических граничных условий. Особо следует отметить развитие МВТ для расчета до-, транс-, сверх- и гиперзвуковых отрывных течений со скачками уплотнения [6]. Краткий список решенных на основе МВТ задач:

- Vortex Cell RANS для кругового цилиндра, канала и толстого профиля с вихревыми ячейками (с 1996); 2D +  $k$ - $\epsilon$ , затем MSST, 3D – канал
- сферическая лунка и пакет лунок на плоской стенке, в том числе на стенке канала (с 1999)
- прогнозирование задымленности залов метрополитена (1999)
- система прогнозирования опасного сдвига ветра (2000)
- теплообменники: пакет труб - удаленный цилиндр с периодическими граничными условиями (2003); труба с выступами (2004)
- вихревая и температурная дорожка за уединенным круговым цилиндром (с 1998), моделирование движения неоднородных сред типа масел
- циклонный анализатор паров ртути (2002)
- расчеты на скользящих сетках: вращение мешалки в стакане и колебания маятника в вязкой жидкости (с 2003)
- сжимаемые течения со скачками уплотнения и теплообмен при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, при обтекании угла сжатия, кругового цилиндра, шара и каплевидного тела (с 2004)
- вентиляция автомобильных тоннелей (с 2001)
- проектирование ветродвигателей (с 2003)
- циклические процессы вихреобразования за установленными на стенке кубом и параллелепипедом, а также при движении потока в узком канале с конической лункой (с 2006)
- строительная аэродинамика (2006).

### **Особенности МВТ и пакета VP2/3.**

Десятилетнее развитие оригинальной расчетной методологии, реализованной в пакетной среде, можно подытожить в следующем перечне отличительных особенностей.

- **обобщенная (на несжимаемые и сжимаемые течения) процедура коррекции давления SIMPLEC** в приращениях зависимых переменных на согласованных центрированных сетках; трактовка подхода Рхи-Чоу с константой 0.1

- **моделирование турбулентности** в рамках MSST (2003) с учетом влияния кривизны линий тока на вихревую вязкость с дополнительной константой 0.02 в подходе Роди-Лещинера

- **оригинальные процедуры коррекции градиента давления и среднемассовой температуры** при использовании периодических граничных условий (2D и 3D)

- сочетание пристеночных функций с граничными условиями для низкорейнольдсовых моделей (по Ментеру)

- **оригинальный подход** к заданию входных граничных условий на основе предварительного решения погранслойной задачи, позволяющий избежать типичных скачков в решениях, характерных для фиксированных профилей скорости типа 1/7

- **оригинальный подход к трактовке циклических процессов** на основе осреднения полей, рассчитанных на периоде колебаний поперечной интегральной нагрузки

- **автоматизированная интерактивная процедура согласования простых по топологии накладываемых с пересечением структурированных сеток**, в том числе подвижных, настроенных на отображение многосвязных областей и разномасштабных характерных особенностей течения. Данный подход эквивалентен использованию адаптивных неструктурированных сеток, но отличается от него существенно меньшими вычислительными ресурсами, т.е. более экономичен. Он также обеспечивает надлежащую точность без измельчения сеток, т.к. автоматически разрешает масштабы уловленных гидродинамических особенностей

- **повышение вычислительной эффективности** при перезаписи из DELPY в C++

- **распараллеливание MBT** в рамках систем с распределенной памятью (MPI) под WINDOWS и LINUX.

Следует подчеркнуть, параллельное программное обеспечение становится необходимым. Рост вычислительной эффективности при этом позволяет перейти к расчету трехмерных нестационарных течений и теплообмена, моделирование которых на однопроцессорных машинах занимало порядка нескольких месяцев, а сейчас требует несколько дней. Так, например, распараллеливание VP2/3 с перезаписью комплекса из DELPY в C++ при переходе от однопроцессорного компьютера на двухпроцессорный четырехядерный кластер привело к росту быстродействия в 26 раз.

### **Верификация MBT и VP2/3.**

Тестирование пакета VP2/3 проведено на комплексе задач, имеющих физические аналоги. При этом численные прогнозы сопоставляются с данными имеющихся экспериментов и с результатами специально выполненных испытаний на лабораторных установках ИМ МГУ, МГТУ им. Н.Э.Баумана, СПбГПУ, ФТИ им. А.Ф.Иоффе, ИТФ СО РАН и др. Следует отметить сравнительный анализ результатов, полученных с помощью различных пакетов (VP2/3 и Fluent).

Адекватность MSST подтверждена при решении задач конвективного теплообмена при автоколебательном режиме обтекания кругового цилиндра (сравнение с экспериментами Накамура, Сапожникова) и стационарном обтекании неглубокой лунки на плоской стенке (эксперимент Сапожникова).

Широкий круг тестовых расчетов с использованием MSST (версия 1993г) был выполнен для задач турбулентного обтекания траншей и лунок на плоской стенке, круговой каверны на стенке плоскопараллельного и расширяющегося канала. Продемонстрировано хорошее согласие численных прогнозов с экспериментальными данными Леонтьева, Чудновского, Кикнадзе, Дрейцера, Чоу, Готовского, Гувернюка,

Зубина и др. На примере расчета течения и теплообмена около глубокой сферической лунки сравниваются результаты, полученные с помощью MBT-VP2/3 и использования адаптивных сеток (Fluent). Показано их хорошее согласие, но при этом вычислительная эффективность MBT оказывается гораздо выше.

Новая модель MSST прошла детальное тестирование в докторской диссертации Харченко В.Б. [7]. На многочисленных примерах турбулентных отрывных течений в квадратных и круговых кавернах с подвижной крышкой и на стенке каналов (как рассмотренных ранее, так и взятых из монографии Чжена) была доказана необходимость коррекции этой модели с учетом влияния кривизны линий тока на характеристики турбулентности, поскольку в ядре крупномасштабного вихря накапливается ложная турбулентная вязкость. В отличие от моделей типа  $k-\varepsilon$ , для которых величина дополнительной константы  $C_c$  принята равной 0.1, показано, что для MSST эта величина должна быть меньше ( $C_c=0.02$ ).

Применение луночных технологий для обеспечения теплозащиты поверхности фонаря самолета-носителя при транспортировке искусственного спутника Земли на околоземную орбиту стимулировало разработку новой версии VP2/3 для моделирования сверхзвукового обтекания сжимаемым вязким газом поверхности с нанесенным луночным рельефом [8]. Обобщенная процедура коррекции давления и модель MSST были оттестированы на классических задачах о взаимодействии падающей ударной волны с пограничным слоем и обтекания угла сжатия (сравнение с экспериментами Хорстмена).

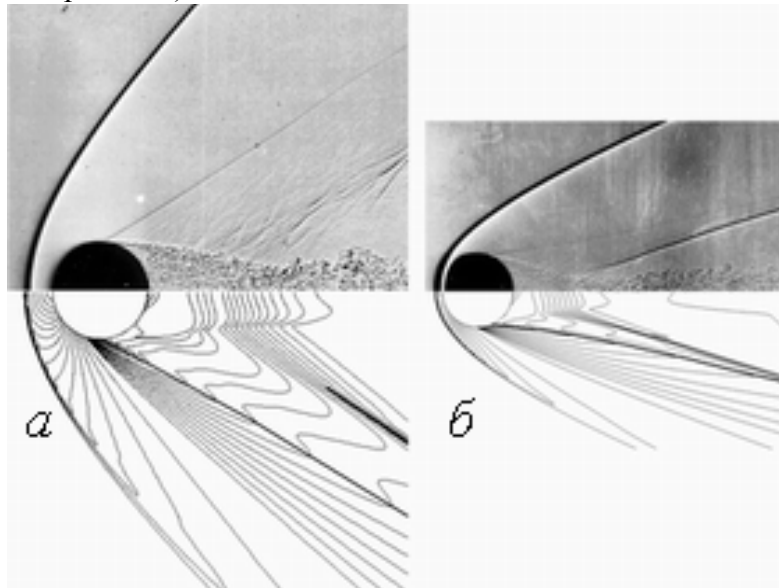


Рис.1. Сравнение расчетных и экспериментальных (из атласа Ван-Дайка) ударно-волновых картин обтекания шара при  $M=1.53; Re=10^5$  (а) и  $M=3; Re=10^6$  (б).

Однако пристеночные турбулентные течения с косыми скачками уплотнения вблизи криволинейных рельефов оказалось легче рассчитать, чем обтекание затупленных тел, для которых характерны прямые скачки высокой интенсивности. Тестовые исследования обтекания классических тел типа цилиндра, шара, каплевидного тела показали, что уравнение энергии следует записывать относительно полного теплосодержания, а для дискретизации членов уравнений использовать схему Ван-Лиры, в том числе для определения плотности на гранях контрольного объема.

Сравнение на рис.1 рассчитанных и экспериментальных ударно-волновых картин обтекания шара при различных числах Маха и Рейнольдса демонстрирует приемлемое прогнозирование расположения скачков, в том числе слабых, висячих и

хвостовых, отрывных зон, причем турбулентность проявляется только в следе за шаром, а ударные волны распространяются в невязкой области течения.

В последние годы на основе использования для расчета докритического обтекания кругового цилиндра решения нестационарных уравнений Рейнольдса (URANS) и модели переноса сдвиговых напряжений последовательно отрабатывается подход к интерпретации периодических процессов вихреобразования. Суть его состоит в осреднении процесса по периоду колебаний поперечной нагрузки на тело. Таким образом, помимо неизвестного временного масштаба осреднения уравнений Навье-Стокса в подходе Рейнольдса, появляется еще один временной масштаб, характеризующий периодическое изменение крупномасштабных вихревых структур. Как результат, появляется возможность определить обобщенные осредненные и пульсационные характеристики процесса. В проекте сделана попытка распространить разработанный подход на решение трехмерных задач. Здесь представляются результаты тестовых расчетов обтекания куба, установленного на стенке узкого канала (высотой 2) при полностью развитом турбулентном течении на входе и на плоскости при толщине пограничного слоя на входе в область 0.5 (ребро куба выбрано в качестве характерного размера). В первом случае, соответствующим экспериментам Мартинуцци (1992) число Рейнольдса принимается равным  $5 \times 10^4$ . Во втором случае, соответствующим эксперименту Кастро (1977) число Рейнольдса выбирается порядка  $10^5$ .

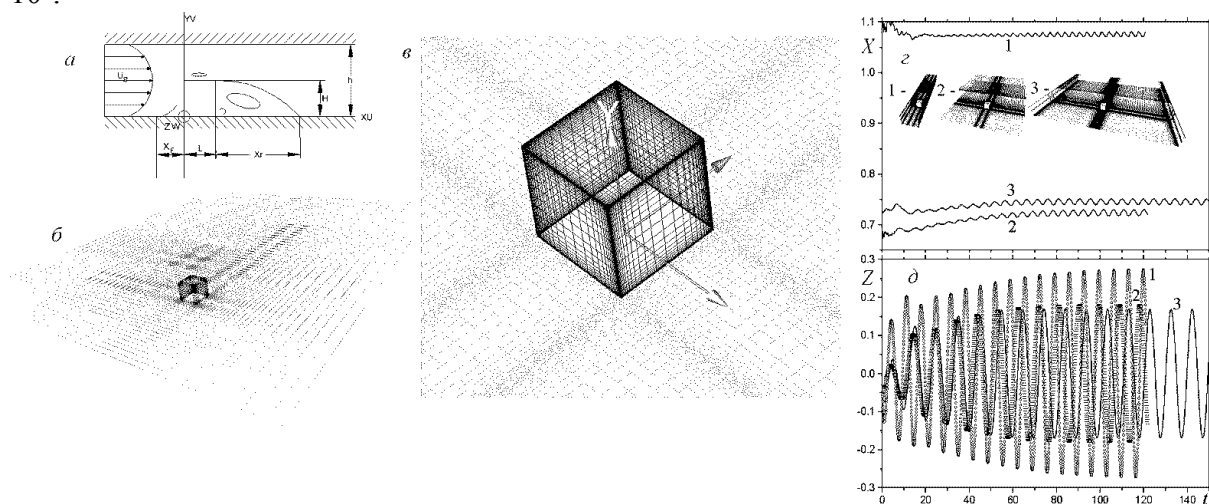


Рис.2. Схема расположения куба в узком канале (а), сетка в расчетной области (б), фрагмент сетки в окрестности куба (в) и зависимости продольной (z) и поперечной (д) нагрузки от времени. 1 –  $L=3$ ; 2 –  $L=15$ ; 3 –  $L=25$ .

Эксперимент Мартинуцци введен в банк данных для тестирования моделей турбулентности. За 15-летний срок выполнено порядка 10 крупных численных исследований, связанных с решением стационарных и нестационарных уравнений Рейнольдса, а также применением модели крупных вихрей. В многочисленных расчетах с использованием LES / URANS канал искусственно сужается до 3 калибров без объяснения причин такого шага. Возможно, что это связано с экономией вычислительных ресурсов. Поэтому одной из задач проведенного исследования было установить степень влияния ширины канала  $L$  на результаты моделирования нестационарного вихреобразования в канале за кубиком. Демонстрируется выход на автоколебательный режим, рассматривая графики эволюции погрешности составляющей скорости и интегральных силовых характеристик (рис.2). Показано, что ширина канала оказывает существенное влияние только при малых величинах  $L$ . В то же время результаты моделирования при  $L=15$  (с постановкой условий симметрии) и

$L=25$  (твердые стенки) хорошо согласуются между собой. Сложный процесс вихреобразования, аналогичного вихревой дорожке Кармана за цилиндром, иллюстрируется фильмом – эволюция поля давления на периоде колебаний поперечной нагрузки на кубик. Отмечается попеременное чередование зон низкого давления в крупномасштабных вихревых структурах справа и слева от плоскости симметрии.

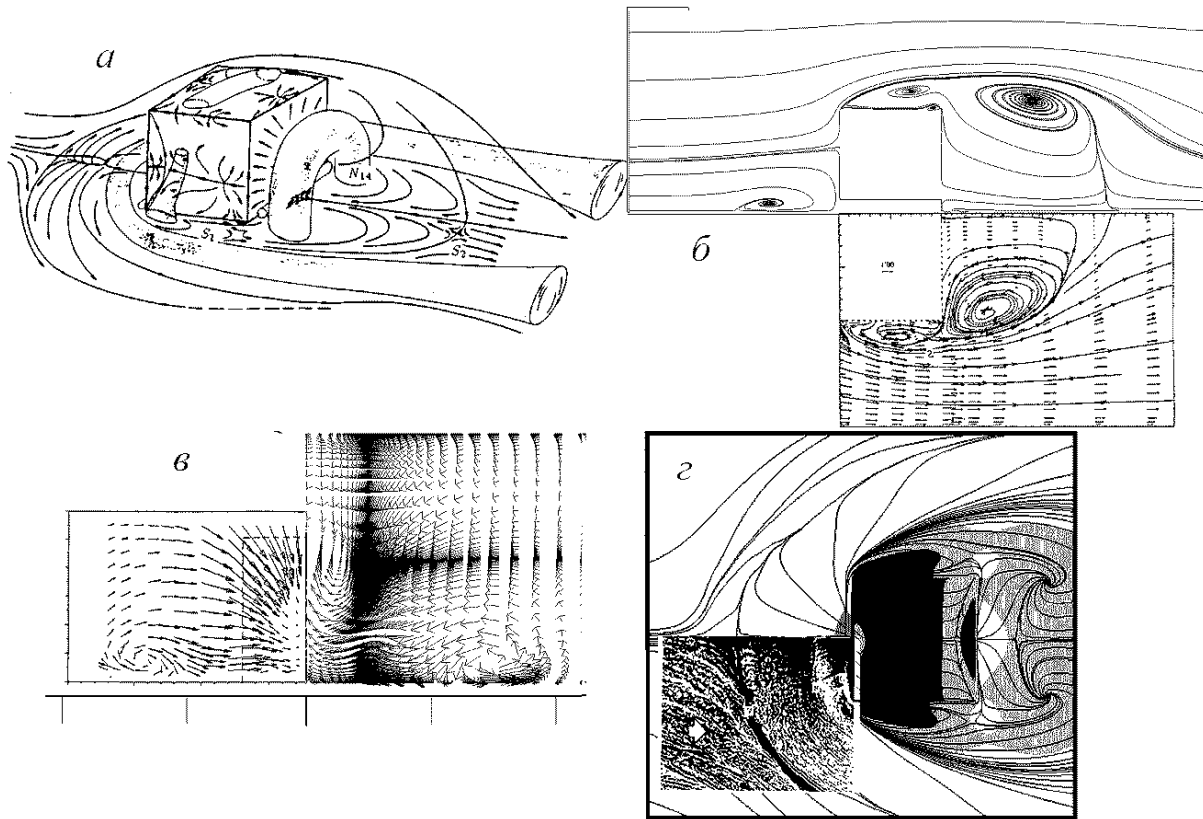


Рис.3. Струйно-вихревая осредненная по периоду колебаний поперечной силы структура обтекания куба (а), сравнение расчетных и экспериментальных картин растекания в срединной плоскости (б), в поперечном сечении ( $y-x=1.25$ ), на нижней стенке канала (г)

На рис.3 сравниваются картины течения, осредненные по периоду колебаний поперечной силы. Впереди куба образуется седлообразный вихрь. В нем и в других вихрях генерируется высокий уровень турбулентности. Вихри довольно компактные с ярко выраженным влиянием верхней стенки канала. Важно отметить, что разделяющая линия тока в донном вихре довольно резко изгибается при приближении к стенке, оставаясь практически вертикальной вдали от нее. Это обстоятельство является возможной причиной рассогласования данных расчетов и эксперимента по положению точек отрыва и присоединения потока. На картине растекания по нижней стенке отмечается образование особых точек типа фокусов, в которых формируются взаимодействующие столбообразные закрученные струйные потоки в ближнем следе. Также следует указать на хорошее улавливание положения отрывной зоны перед кубом. В целом подтверждается сложная вихревая картина, данная на основе анализа экспериментальных данных в работах Мартинуццы. Удовлетворительное согласие получено для расчетных и экспериментальных местоположений разделяющих линий тока в срединной плоскости, осей седлообразного вихря в ближнем следе. Сравнение на рис.4 численных прогнозов и экспериментальных данных по распределениям давления перед и за кубом, профилям продольной скорости поперек канала в центральном сечении показывает их приемлемое согласование.

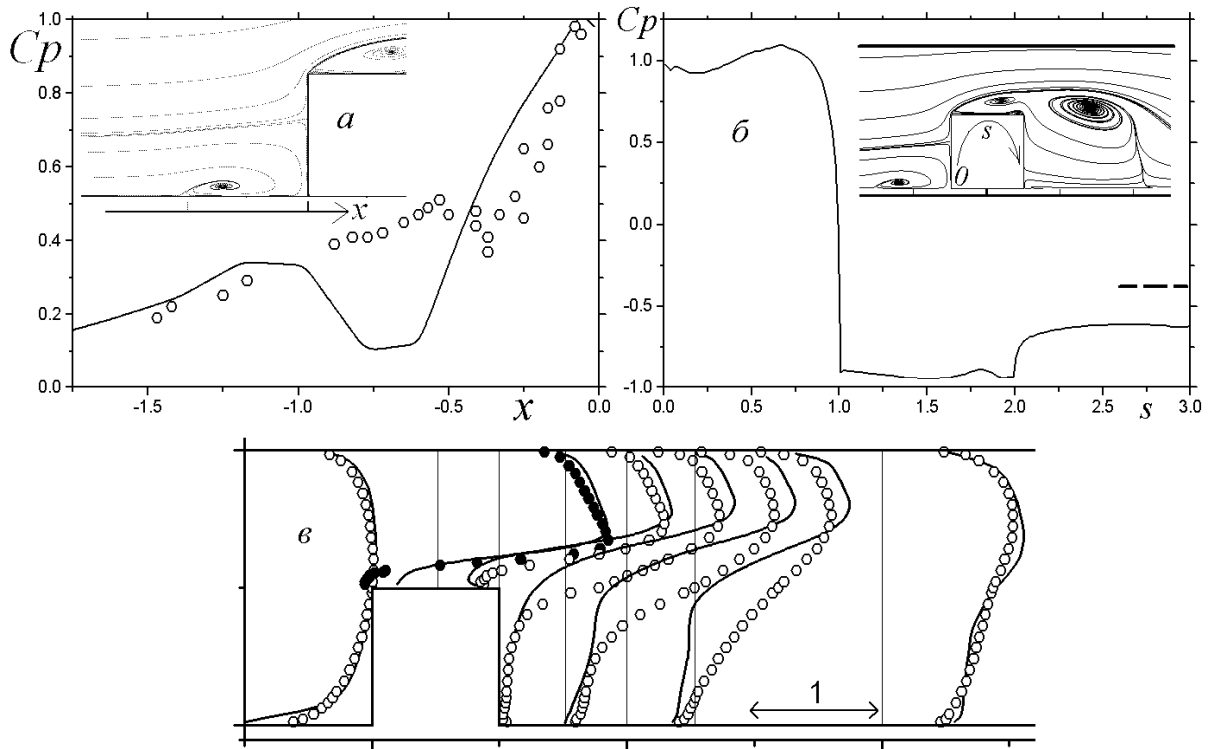


Рис.4. Сравнение численных прогнозов осредненных по периоду  $Z$  распределений коэффициента статического давления перед кубом (а) и по контуру (б), а также профилей продольной составляющей скорости поперек канала (в) в срединном сечении с экспериментальными данными Мартинуцци

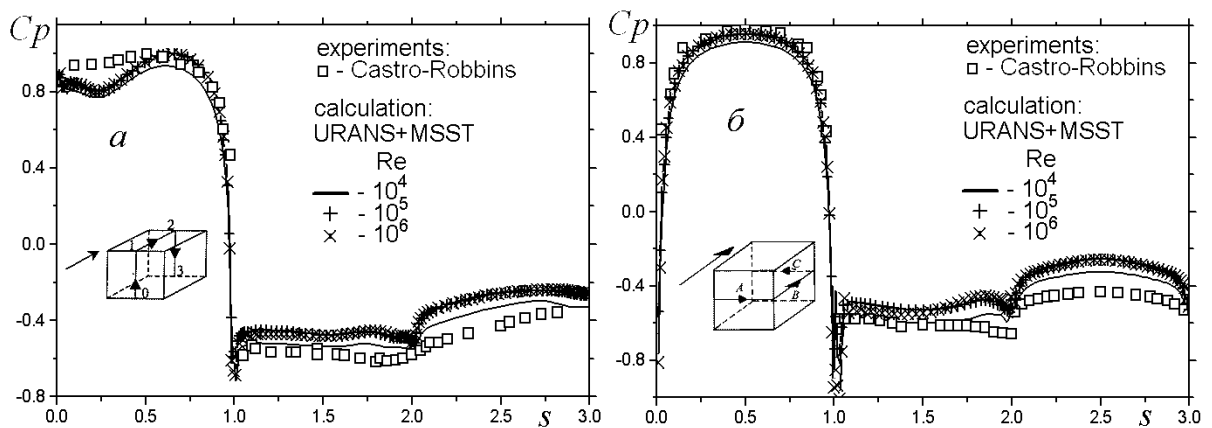


Рис.5. Сравнительный анализ численных прогнозов при различных  $Re$  распределений осредненного по периоду колебаний  $Z$  коэффициента давления по периметру  $s$  в продольном (а) и горизонтальном (б) срединных сечениях куба с экспериментальными данными Кастро и Роббинса

Куб на плоской стенке также является общеизвестным тестом, в частности, при решении задач строительной аэродинамики. Эксперимент Яна Кастро с соавтором касается двух вариантов профилей скорости набегающего потока с тонким и толстым пограничным слоем. Мы используем для сравнения первый вариант, хотя в расчетах пограничный слой рассматривается несколько более толстым, чем в эксперименте.

Сравнение численных прогнозов по распределениям локальных коэффициентов давления в срединных сечениях с данными экспериментов показывает их вполне приемлемое согласие (рис.5).



Таким образом, подход на основе URANS, MSST и MBT оказывается вполне приемлемым для анализа периодических режимов турбулентного отрывного обтекания препятствий

### Фундаментальные проекты.

Два перспективных научных направления современной аэрогидромеханики тесно связаны с развитием MBT и пакета VP2/3. Один из них, берущий свое начало в 1992г, посвящен численному исследованию физического механизма смерчевой интенсификации теплообмена при обтекании траншейных и луночных рельефов. Второй проект связан с управлением обтеканием тел с помощью вихревых ячеек. Как ранее указывалось, развитие MBT и пакета VP2/3 в значительной мере обязано его успешной разработке.

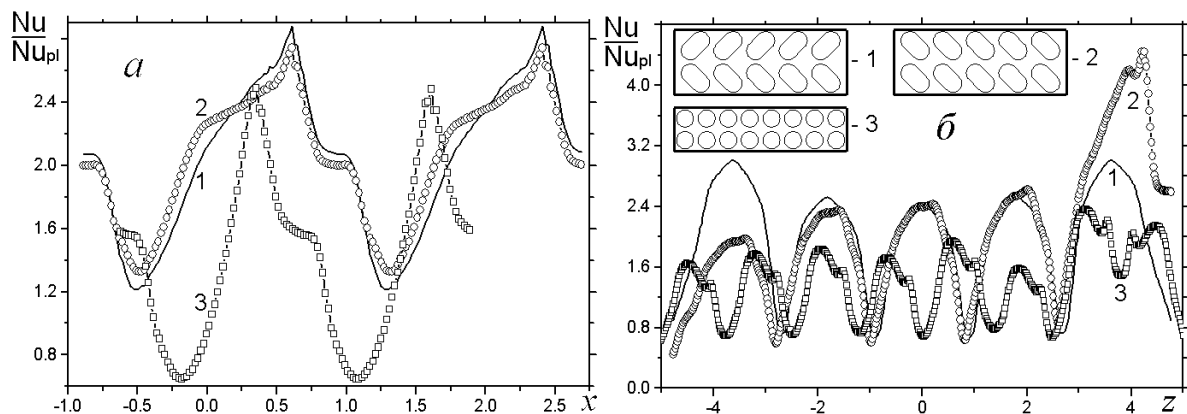


Рис.6. Сравнение распределений осредненных по полосе со сферическими лунками относительных  $Nu/Nu_{pl}(x)$  (а) и  $Nu/Nu_{pl}(z)$  (б).  $\Delta=0.2$ ;  $r=0.25$ ;  $\gamma=0.49$ ;  $L=0.8$

Таблица 1

Сравнение теплоотвода, гидравлических потерь и теплогидравлической эффективности каналов с траншейными и сферическими лунками глубиной 0.2

Тип лунок	$Nu/Nu_{pl}$	$\xi/\xi_{pl}$	$(Nu/Nu_{pl})/(\xi/\xi_{pl})$
Траншейные зигзагообразные	2.15	1.81	1.19
Траншейные параллельные	2.17	2.11	1.03
Сферические	1.48	1.49	0.99

Методический интерес представляет численное исследование вихревой интенсификации теплообмена при обтекании многорядных луночных рельефов на стенке узкого канала ( $h=0.8$ ;  $L_z=10$ ) при  $Re=10^4$ . Сравниваются коридорные пакеты из сферических и траншейных лунок глубиной 0.2 с радиусом скругления острых кромок 0.25. Восьмирядный пакет из сферических лунок имеет плотность 0.49, как и пятирядные пакеты траншейных лунок в канале с таким же поперечным сечением. Траншейные лунки получаются из сферических путем их половинного деления и введения цилиндрической вставки длиной – 0.8, угол ориентации лунки по отношению к набегающему потоку –  $45^\circ$ . Рассматриваются два рельефа с различным расположением траншейных лунок: зигзагообразный и параллельный. Интегральные характеристики по относительному теплоотводу коррелируют с данными по локальным коэффициентам теплоотдачи (рис.6), причем для сферических лунок они заметно ниже, чем для траншейных (см. табл.1). Зигзагообразные и параллельные траншейные лунки эквивалентны по теплоотводу, однако различаются по гидравлическим потерям.

## Приложения.

Несколько примеров иллюстрируют использование пакета VP2/3 для решения практических задач. 1) *Автоматизированный прогностический комплекс, позволяющий моделировать орографию местности в районе аэродрома и анализировать ее влияние на формирование режимов ветра, опасных и сложных для авиации явлений условий погоды в приземном слое атмосферы.* 2) *Система прогнозирования задымленности помещений метрополитена при пожаре в вагоне поезда.* 3) *Расчеты вентиляции автодорожных тоннелей и аэродинамики строительного комплекса “ЭКО”*[9].

## Заключение.

Представленная разработка МВТ и пакета VP2/3 иллюстрирует наличие большого ресурса CFD для решения фундаментальных и прикладных проблем аэрогидромеханики и теплофизики. Значительное внимание уделяется методическим, тестовым экспериментам, причем акцент перенесется на объединение подходов численного и физического моделирования. Перспективы развития – в росте вычислительной эффективности, что позволит выйти на решение сложных задач, в частности сопряженных задач и задач аэроакустики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00059, 08-08-90001) и Еврокомиссии по программе Framework-6 (проект VortexCell2050).

## Л и т е р а т у р а

1. Белов И.А., Исаев С.А., Коробков В.А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1989. 256 с.
2. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки (численное и физическое моделирование) / Под ред. А.В. Ермишина и С.А. Исаева. М.: МГУ, 2003. 360 с.
3. Menter F.R. Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. №93-2906. 21p.
4. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1992. №92-0439. 22p.
5. Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. СПб, Судостроение, 2005. 398с.
6. Исаев С.А. Численное моделирование вихревого теплообмена при до-и сверхзвуковом обтекании рельефов с лунками с помощью многоблочных вычислительных технологий // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Тр. XV Шк.-сем. молодых ученых и специалистов под рук. акад. РАН А.И.Леонтьева. М.: МЭИ, 2005. Т.1. С.7-12.
7. Харченко В.Б. Численное моделирование отрывных течений с вихревыми и струйными генераторами на основе многоблочных вычислительных технологий // Автореферат докт. Дисс. СПб: СПбМГТУ, 2006. 33с.
8. Пышный И.А. Обеспечение эффективности транспортировки на околоземную орбиту искусственных спутников Земли с помощью тяжелых самолетов-носителей // Автореферат докт. дисс. СПб: СПбГУ ГА, 2005. 40с.
9. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Судаков А.Г., Усачов А.Е., Харченко В.Б. 10-летний опыт развития многоблочных вычислительных технологий в пакете VP2/3 применительно к решению задач аэрогидромеханики и теплообмена // Актуальные аспекты физико-механических исследований. Механика. Киев, Наук.Думка, 2007. С.116-134.