УДК 533.15:536.25

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ И КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ПРИ ДИФФУЗИОННОМ СМЕШЕНИИ В БИНАРНЫХ И МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ

Н. Б. Анкушева[1], Г. Акылбекова[1], Ю. И. Жаврин[2], В. Н. Косов[1]

[1] *Казахский Национальный Педагогический Университет им. Абая, Алматы, Республика Казахстан*
[2] *Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан*

Введение

В изотермической бинарной газовой смеси неустойчивость механического равновесия может возникнуть только в том случае, когда более тяжелый по плотности газ находится сверху [1, 2]. Тогда в смеси в результате действия Архимедовой силы возникает конвекция: тяжелый газ начинает опускаться, а легкий – подниматься, и эта конвекция продолжается до тех пор, пока легкий газ не окажется сверху. Если же сверху будет находиться легкий газ, то конвекция не возникает.

Добавление в смесь третьего компонента, так же как и помещение смеси в неоднородное температурное поле, может при определенных условиях привести к срыву устойчивости механического равновесия и возникновению конвекции даже при устойчивой стратификации плотности [3]. Этот эффект объясняется тем, что в отличие от бинарной изотермической системы, в изотермической тройной или в неизотермической бинарной системах конвективные потоки вызываются не одним концентрационным градиентом, а двумя, второй градиент будет являться либо концентрационным, либо тепловым.

Экспериментальные данные и методика эксперимента

Опыты по изучению неустойчивости проводились на установке двухколбового метода [4-7] (рис. 1). Две колбы одинакового объема были соединены вертикальным каналом. Давление в колбах поддерживалось одинаковым. Методика проведения опытов соответствовала классической схеме. Открывался соединяющий колбы капилляр, затем перекрывался через определенное время, и регистрировался состав смеси в обеих колбах. Полученные в эксперименте концентрации нормировались на вычисленные в предположении диффузии.

Рис. 1. Схема диффузионной ячейки: *а*) бинарная смесь; *б*) тройная смесь

Бинарная смесь. В верхней колбе находится газ (или смесь газов) по плотности превосходящий компонент, расположенный в нижней колбе (рис. 1а). Температура нижней колбы больше, чем верхней.

На рис. 2а приведены типичные зависимости полученного таким образом параметра $\alpha = c_{\exp}/c_{\text{teor}}$ от давления для системы 0,4Ar + 0,6 N_2 – 0,6 Ar + 0,4 N_2. Здесь и далее будем обозначать точки, соответствующие диффузии, незатемненными значками □, а конвекции – темными ■, числа стоящие перед химическими элементами определяют мольную долю компонента. Из рисунка видно, что при некотором давлении $p_* \approx 1{,}4$ МПа параметр α превышает единицу. Механическое равновесие смеси становится неустойчивым. Возникает конвекция. Проведенные в [4-7] исследования показали, что такой переход определяется следующими критическими параметрами: давлением, разностью температур, геометрическими характеристиками канала и его ориентацией относительно вертикали, вращением диффузионной ячейки.

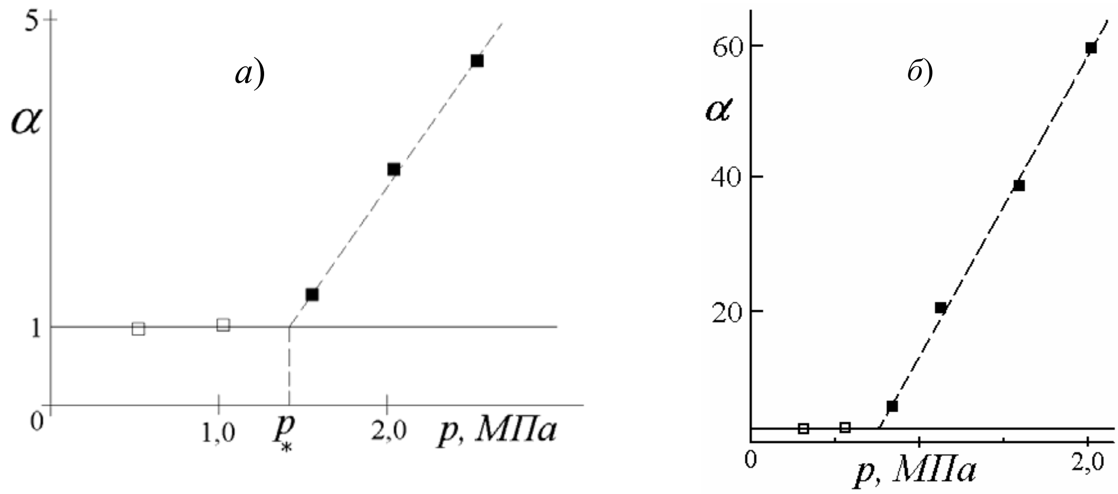

Рис. 2. Зависимость параметра α от давления (газ – аргон): *а*) бинарная смесь 0,4Ar + 0,6N_2 – 0,6Ar + 0,4N_2 температура верхней колбы – 288 К, нижней – 343 К; *б*) тройная смесь 0,35He + 0,65Ar – N_2, T = 293,0 K

Тройная смесь. В верхней колбе находилась бинарная смесь легкого и тяжелого компонента. Средний по плотности газ размещался в нижней колбе (рис 1б). В отличие от случая, рассматривающего смешение в бинарных системах, концентрации легкого и тяжелого компонентов подбирались такими, чтобы смесь в верхней колбе была всегда меньшей плотности, чем находящаяся в нижней ($\nabla\rho < 0$). На рис. 2б приведены типичные зависимости полученного таким образом параметра α от давления для системы 0,35He + 0,65Ar – N_2. Из рисунка видно, что при определенном критическом давлении параметр α превышает единицу, то есть механическое равновесие смеси становится неустойчивым. Возникает аномальная концентрационная гравитационная конвекция. Проведенные в [3-7] исследования показали, что переход из области диффузии в область конвективного смешения определяется следующими критическими параметрами: давлением, температурой, вязкостью смеси, ее исходным составом, различием в коэффициентах диффузии компонентов, геометрическими характеристиками канала и его ориентацией относительно вертикали.

Для визуальной регистрации границы перехода использовался метод теней Теплера, основанный на том, что лучи света в турбулентных слоях преломляются по-разному.

Прямоугольный в сечении с прозрачными стенками канал освещался пучком света. Позади канала на экране регистрировалась неоднородная освещенность, изменяемая во времени. Конструкция аппарата также позволяла наблюдать за конвективными течениями в колбах аппарата. Также смену конвективных режимов можно регистрировать с помощью малоинерционных датчиков, определяющих локальную теплопроводность газа. Так как теплопроводность газовой смеси зависит от концентраций компонентов, то это дает нам возможность следить за их изменением во времени и таким образом определить характерные периоды наблюдаемых режимов (рис. 3).

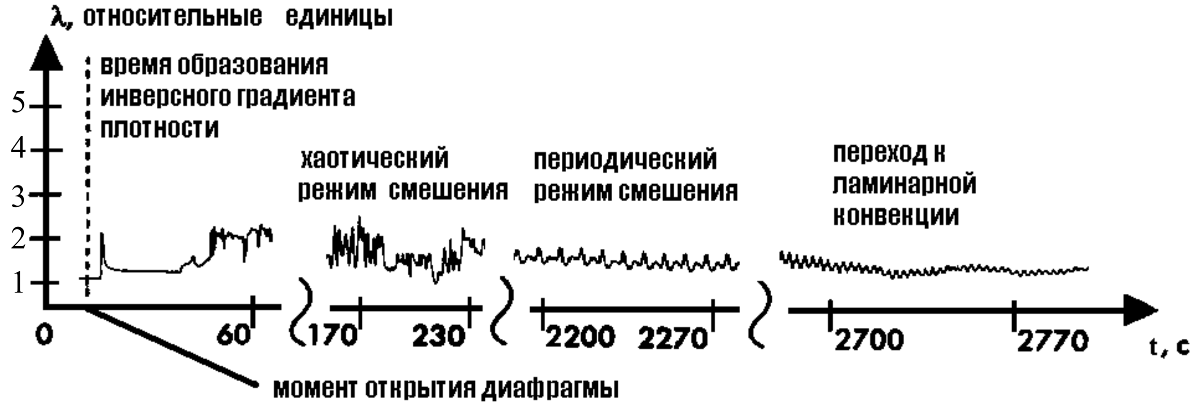

Рис. 3. Изменение теплопроводности смеси со временем, иллюстрирующее смену режимов конвекции

При изучении конвекции в изотермических трехкомпонентных газовых системах в области параметров значительно превышающих критические [8, 9] были обнаружены эффекты, не присущие случаю смешения в бинарных смесях:

- При варьировании диаметром канала и давлением на ряде смесей наблюдаются кривые $\alpha(p)$ с двумя максимумами (рис. 4);
- Для систем с $\nabla\rho = 0$, конвекция возбуждается как при одном положении исследуемых смесей в колбах аппарата, так и при перевернутом;
- При измерении состава не только на первом этапе перемешивания, но и на последующих регистрируются несколько переходов от диффузии к конвекции и обратно.

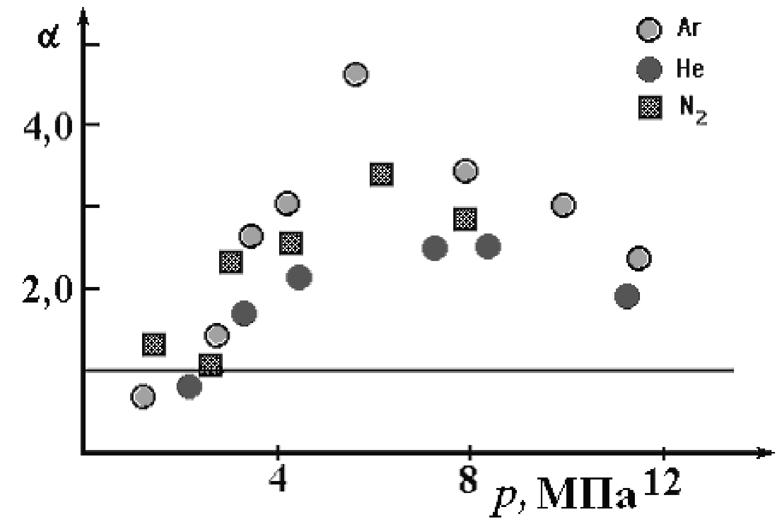

Рис. 4. Значения α для различных компонентов смеси 0,47 He + 0,53 Ar – N_2, T = 293,0 K

Теоретический анализ на устойчивость механического равновесия

Предсказать границы перехода «диффузия - конвекция» возможно в рамках анализа на конвективную устойчивость системы уравнений гидродинамики [1, 3, 10, 11]:

$$
\begin{aligned}
&\rho\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+(\vec{u}\nabla)\vec{u}\right]=-\nabla p+\eta\nabla^2\vec{u}+\left(\frac{\eta}{3}+\xi\right)\nabla\mathrm{div}\vec{u}+\rho\vec{g},\\
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho\vec{u})=0, \qquad \rho\left(\frac{\partial c_i}{\partial t}+\vec{u}\nabla c_i\right)=-\mathrm{div}\vec{j}_i,\\
&\rho T\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\vec{u}\nabla S\right)=-\mathrm{div}\,\vec{q}+\mu\sum_i \mathrm{div}\,\vec{j}_i,\\
&\vec{j}_1=-\rho\left(D^*_{11}\nabla c_1+D^*_{12}\nabla c_2\right), \qquad \vec{j}_2=-\rho\left(D^*_{21}\nabla c_1+D^*_{22}\nabla c_2\right),\\
&\sum_{i=1}^{3}\vec{j}_i=0, \qquad \sum_{i=1}^{3}c_i=1.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь ρ – плотность, $\vec{u}$ – скорость, t – время, p – давление, η и ξ – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, $\vec{g}$ – ускорение силы тяжести, c_i – концентрация i-го компонента, S – энтропия, T – температура, $\vec{q}$ – тепловой поток, $\vec{j}$ – диффузионный поток, μ – эффективный химический потенциал, D_{ij}* – матричный коэффициент многокомпонентной диффузии.

Уравнения (1) дополняются уравнением состояния среды $\rho=\rho(c_i,p,T)$

Упростим (1) следующим образом:

- применяем метод малого параметра;
- линеаризуем систему уравнений;
- выберем следующие масштабные единицы измерения: d – расстояния, d^2/ν – времени, D^*_{22}/d – скорости, $A_i d$ – концентрации, $\rho_0\nu D^*_{22}/d^2$ – давления, Bd – температуры;
- ввиду малого перепада температур пренебрежем влиянием перекрестных эффектов.

Систему (1) можно решать как и для плоского слоя, так и для цилиндрического канала.

Для бинарных газовых систем в неоднородном температурном поле уравнения возмущений имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mathrm{Ra}_c c + \mathrm{Ra}_T T \,,$$

$$-\lambda \Pr T = \Delta T + u \,, \qquad (2)$$

$$-\lambda \Pr_c \; c = \Delta c + u \,.$$

Здесь $\Pr_c = \nu / D_{12}$ – концентрационное число Прандтля, $\Pr = \nu/\chi$ – тепловое число Прандтля, $\nu = \eta/\rho_0$ – кинематическая вязкость смеси, χ – температуропроводность, $\mathrm{Ra}_c = g\beta A d^4 / \nu D_{12}$ – концентрационное число Рэлея, $\mathrm{Ra}_T = g\beta_T B d^4 / \nu\chi$ – тепловое число Рэлея, $\beta = -\dfrac{1}{\rho_0}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial c}\right)_{p,T}$, $\beta_T = -\dfrac{1}{\rho_0}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{p,c}$.

Решение (2), по аналогии с [1], для цилиндрического канала бесконечной высоты приводит к определению граничных линий монотонной (ММ) и колебательной (КК) неустойчивостей:

$$\mathrm{Ra}_c + \mathrm{Ra}_T = 67{,}95\,, \qquad \Pr_c^2(\Pr+1)\mathrm{Ra}_T + \Pr^2(\Pr_c+1)\mathrm{Ra}_c = 67{,}95(\Pr + \Pr_c)(\Pr+1)(\Pr_c+1)\,.$$

В координатах $(\mathrm{Ra}_c, \mathrm{Ra}_T)$ взаимное расположение линий ММ и КК приведено для случая неизотермического смешения смеси 0,4 Ar + 0,6 N_2 – 0,6 Ar + 0,4 N_2 (рис. 5) Можно заметить удовлетворительное согласие между опытными и вычисленными данными.

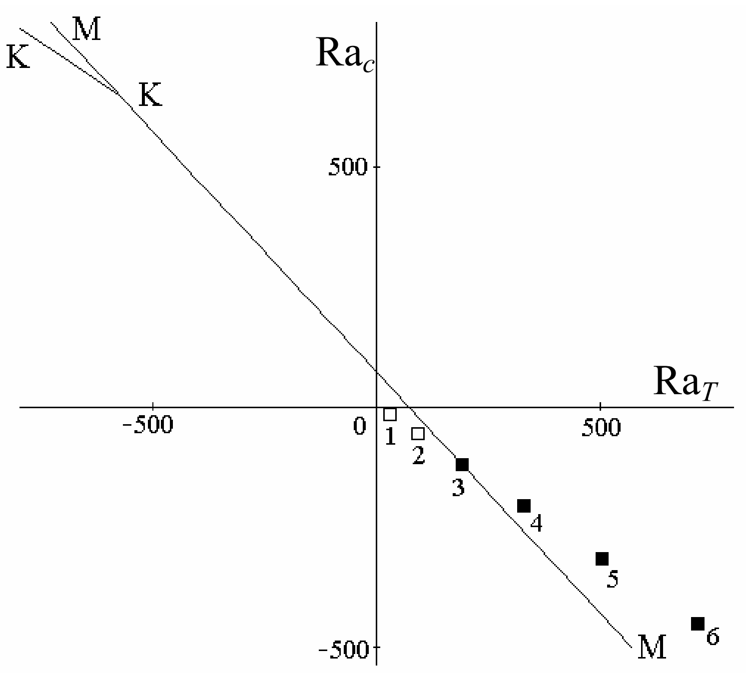

Рис. 5. Граничные линии монотонной ММ и колебательной КК неустойчивостей механического равновесия и экспериментальные данные для системы 0,4 Ar + 0,6 N_2 – 0,6 Ar + 0,4 N_2. Температура верхней колбы – 288 К, нижней – 343 К. Точки соответствуют давлениям: 1 – 0,584 МПа, 2 – 1,074 МПа, 3 – 1,565 МПа, 4 – 2,055 МПа, 5 – 2,546 МПа, 6 – 3,036 МПа

Для тройных смесей уравнения возмущений имеют вид [3, 10, 11]:

$$\mathrm{Pr}_{22}\frac{\partial c_1}{\partial t}-u=\tau_{11}\Delta c_1+\frac{A_2}{A_1}\tau_{12}\Delta c_2,$$
$$\mathrm{Pr}_{22}\frac{\partial c_2}{\partial t}-u=\frac{A_1}{A_2}\tau_{21}\Delta c_1+\Delta c_2, \qquad (3)$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}=\Delta u+Ra_1\tau_{11}c_1+Ra_2c_2.$$

Здесь $\mathrm{Pr}_{ii}=\nu/D_{ij}^{*}$ – число Прандтля, $\mathrm{Ra}_i = g\beta_i A d^4/\nu D_{ij}^{*}$ – число Рэлея, $\tau_{ij}=D_{ij}^{*}/D_{22}^{*}$, $A_i\vec{\gamma}=-\nabla c_{i0}$, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор.

Условие критичности задает линия $f(\mathrm{Ra}_1,\mathrm{Ra}_2)=0$. На рис. 6 изображена линия монотонной неустойчивости (ММ), линия равной плотности $\nabla\rho=0$, а также экспериментальные данные.

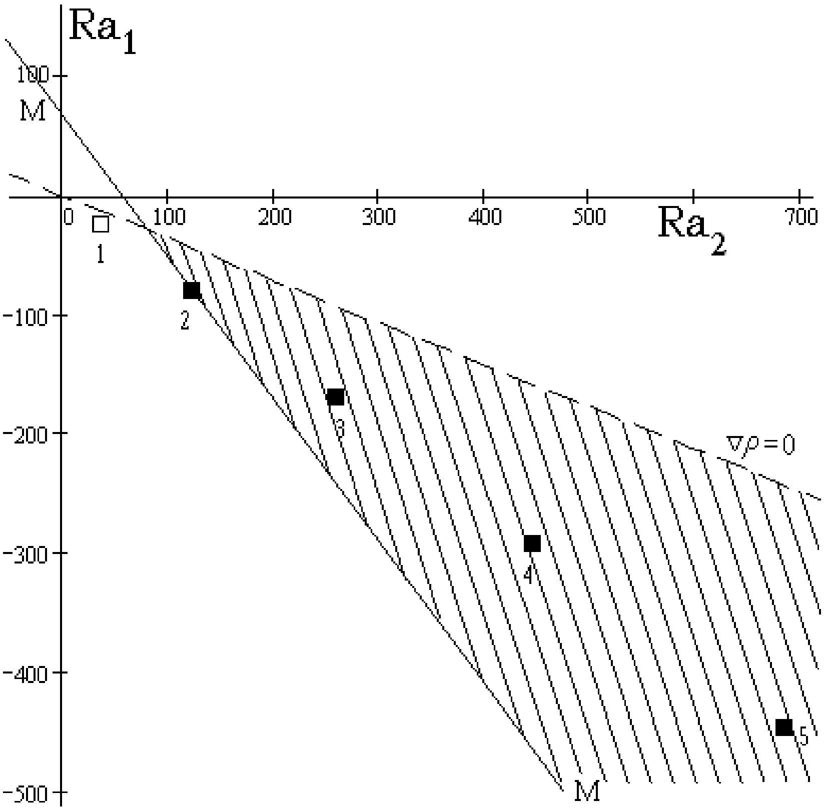

Рис. 6. Граничная линия монотонной ММ неустойчивости, линия равной плотности и экспериментальные данные для системы 0,48 He + 0,52 Ar – N_2. T = 293 К. Точки соответствуют давлениям: 1 – 0,584 МПа, 2 – 1,074 МПа, 3 – 1,565 МПа, 4 – 2,055 МПа, 5 – 2,546 МПа

Плотность связана с концентрациями c_i компонентов очевидными соотношениями

$$\rho=n\cdot(c_1m_1+c_2m_2+c_3m_3)=n\cdot[c_1(m_1-m_3)+$$
$$+c_2(m_2-m_3)+m_3]=n\cdot(c_1\Delta m_1+c_2\Delta m_2+m_3).$$

Условие обращения в нуль градиента плотности имеет вид

$$d\rho/dz = n \cdot \left[\Delta m_1 \left(dc_1/dz\right) + \Delta m_2 \left(dc_2/dz\right)\right] = 0.$$

В терминах чисел Рэлея это выражение запишем следующим образом:

$$\tau_{11}\mathrm{Ra}_1 = -\mathrm{Ra}_2$$

В координатах $(\mathrm{Ra}_1, \mathrm{Ra}_2)$ это условие определяет прямую линию, проходящую через начало координат (рис. 6). Ниже этой линии $\nabla\rho < 0$. Анализ рис. 6 позволяет обнаружить область с отрицательным градиентом плотности, но лежащую выше линий неустойчивости ММ или КК. На рис. 6 эта область заштрихована. Если условия эксперимента подобрать так, что система окажется в данной области, то должна наблюдаться аномальная конвекция.

Заключение

Пока конвекция в системе вызывается одним градиентом, одним из необходимых условий ее возникновения остается, чтобы плотность в верхней части была больше, чем в нижней. При появлении второго градиента картина меняется. Теперь конвекция может зародиться и при устойчивой стратификации плотности. Линейная теория устойчивости адекватно описывает экспериментальные данные как в случае, если второй градиент является тепловым, так и в том случае, когда он будет концентрационным.

В перспективе планируется переход от плоскости чисел Рэлея к пространству, где вместо линий ММ, КК и $\nabla\rho = 0$ будут пересекаться плоскости, и изучение появившихся при этом эффектов.

Отдельные этапы работы поддержаны грантами Министерства Образования и Науки Республики Казахстан: №0103РК00617, №0106 RK 00034.

Используемая литература

[1] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Наука, Москва, 1972.

[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI., Гидродинамика. Наука, Москва, 1986.

[3] Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальное возникновение свободной гравитационной конвекции в изотермических тройных газовых смесях. УрО РАН, Екатеринбург, 2004.

[4] Kosov V.N., Zhavrin Yu. I., Ankusheva N.B. Anomalous Gravitational Convection And Diffusion In Isothermal Ternary Gas Mixtures. Proceedings of 4th International Conference of Computational Heat and Mass Transfer. Paris-Cachan. 2005. Vol. 2. P. 794-799.

[5] Анкушева Н.Б., Косов В.Н. Влияние наклона диффузионного канала на устойчивость механического равновесия. Вестник КазНУ. Сер. физ. 2006. № 2 (22). С. 68-72.

[6] Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Анкушева Н.Б. Неустойчивость механического равновесия изотермических бинарных газовых смесей в наклонном канале. Известия НАН РК. Сер. физ. 2005. № 6. С. 34-39.

[7] Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Поярков И.В., Анкушева Н.Б. Влияние частоты вращения диффузионного аппарата на процесс смешения в трехкомпонентной газовой смеси. Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, № 2. С 122-126.

[8] Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Каратаева К.К. Монотонная и колебательная неустойчивость механического равновесия в изотермической трехкомпонентной газовой смеси с нулевым градиентом плотности. Известия МОН и НАН РК. 2000. № 6. С. 62-69.
[9] Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Некоторые особенности динамики неустойчивого диффузионного массопереноса в изотермических трехкомпонентных газовых смесях. Теплофизика и аэромеханика. 1995. Т. 2, № 2. С. 139-144.
[10] Косов В.Н., Селезнев В.Д., Жаврин Ю.И. Колебательная и монотонная неустойчивость на границе перехода «молекулярная диффузия – концентрационная конвекция» в трехкомпонентных газовых смесях. ИФЖ. 2000. Т. 73, № 2. С. 313-320.
[11] Косов В.Н., Селезнев В.Д., Жаврин Ю.И. О диффузионной неустойчивости в изотермических трехкомпонентных газовых смесях. Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7, № 1. С. 127-135.