

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШАННО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ С СИСТЕМОЙ ДИСКРЕТНЫХ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Терехов В.И., Терехов В.В.

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН, Новосибирск,
Россия, vt@itp.nsc.ru*

Резюме

Представлены результаты численного исследования смешанной конвекции в вертикальном канале с параллельными стенками, при наличии на одной из них системы дискретных тепловыделяющих элементов. Численно решались нестационарные уравнения Навье - Стокса в двумерной постановке для ламинарного режима течения. Высота канала составляла $H/W = 10$, а на его стенке располагалось эквидистантно пять тепловыделяющих элементов прямоугольной формы различной высоты $h/H = 0 \div 0.5$. Изучено влияние чисел Рейнольдса и Грасгофа, а также высоты элементов на локальную и интегральную теплоотдачу. Проанализирован вклад от вынужденной и свободной конвекции в суммарный теплоперенос. Показаны подобные и отличительные особенности поведения локальной и осредненной теплоотдачи при вариации термогазодинамических и геометрических параметров.

Введение

Изучение конвективного теплообмена в вертикальном канале при наличии на его поверхности чередующихся тепловыделяющих элементов прямоугольной формы имеет важное значение для ряда энергетических объектов, в строительной теплофизике и особенно при создании оптимальных конструкций микроэлектроники [1-5]. Печатные платы образуют между собой, как правило, узкие каналы с параллельными стенками, на которых располагаются электронные чипы с размерами, сопоставимыми с расстоянием между пластинами $S \sim H$ (рис.1). В этом случае течение можно считать двумерным, причем оно может быть как естественно - конвективным (пассивное охлаждение), так и смешанным. Первый способ является предпочтительным в силу его простоты и надежности. Однако он ограничен по своим возможностям при интенсивных тепловыделениях, поэтому дополнительная принудительная подача теплоносителя может привести к значительной интенсификации теплообмена.

Интерес к проблеме смешанно – конвективного теплообмена возник во второй половине прошлого столетия [6,7]; Продолжают интенсивно развиваться эти работы и в последние годы [8-12]. Для решения тепловых задач проблемы охлаждения микроэлектроники были проведены обширные

численные и экспериментальные исследования влияния большого числа факторов на локальный и интегральный теплоперенос для подобных систем тепловыделяющих элементов [13-16]. Рассмотрены задачи в сопряженной постановке с учетом влияния лучистого теплопереноса и кондукции ограничивающих стенок [17-19]. Большое внимание уделяется теоретическому и экспериментальному определению оптимальных режимов теплообмена при вариации тепловых и аэродинамических режимов и геометрических параметров [20-23]. Однако большинство работ выполнено для режима естественной конвекции, либо при вынужденно - конвективном течении. Для смешанной конвекции, как наиболее распространенном на практике случае теплообмена, число работ весьма ограничено. Особенно важным является изучение аэродинамики и теплообмена на участке стабилизации течения, где коэффициент теплоотдачи сильно изменяется в зависимости от места расположения модуля.

В настоящей работе проведено численное исследование смешанно-конвективного течения и теплообмена в вертикальном канале, на одной из стенок которого эквидистантно расположено пять тепловыделяющих модуля (рис. 1).

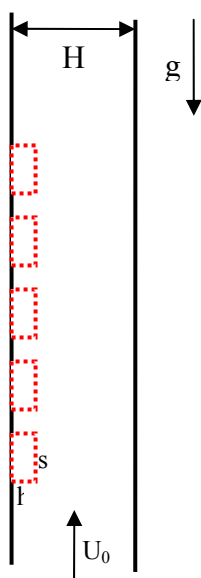


Рис. 1 Схема задачи

Выбор такого числа элементов был определен тем фактом, что в исследуемом диапазоне параметров течение приобретает периодический характер уже на четвертом-пятом элементах. Подобный подход был принят и в работе [23]. Основной целью исследования было определение границ режимных параметров, при которых наблюдается переход преимущественного влияния свободной и вынужденной конвекции, а также выявления общих и отличительных особенностей механизмов теплопереноса при изменении геометрии тепловыделяющих модулей.

Форма элементов была прямоугольной, отношение ширины элемента к его высоте менялось в диапазоне $h/s = 0 \div 1$. Ширина канала была равной $H/s = 2$, а его протяженность составляла $L/W = 10$. Расстояние между элементами было равно их ширине S , а первый из них располагался на расстоянии $2,5S$ от входа. Соответственно граница 5-ого модуля отстояла от выхода на $3S$.

Стенки канала, в том числе и там, где располагались модули, предполагались теплоизолированными, а на всей поверхности каждого элемента кроме места его сопряжения со стенкой канала задавался постоянный тепловой поток Q . На входе в канал (снизу) скорость вынужденного потока воздуха и его температура были постоянными и равными U_0 и T_0 , соответственно.

Постановка задачи. Метод решения.

Математической моделью представленной задачи являлись двумерные уравнения Навье-Стокса, влияние силы тяжести рассматривалось в приближении Буссинеска. Режим течения

предполагался ламинарным, а лучистый теплоперенос не учитывался. Рабочая среда воздух, число $Pr = 0.72$.

Отметим, что помимо геометрических параметров - отношения ширины элемента к ширине канала ($S/H = 0,5$) а также высоты элемента к его ширине ($h/S = 0 \div 0.5$), задача определяется двумя безразмерными величинами - числами Рейнольдса и Грасгофа, характеризующими влияние вынужденной и свободной конвекции, соответственно. В настоящей работе значения числа Рейнольдса варьировалось в диапазоне $Re = U_0 W / \nu = 50 \div 400$, а числа Грасгофа - $Gr = g\beta QW^4 / \lambda \nu^2 = 0 \div 10^5$.

Течения газа в таких условиях описывалось уравнениями Навье-Стокса для ньютоновской жидкости в приближении Буссинеска. Эти уравнения можно представить в безразмерной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \Theta \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= (Ra Pr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

Отметим, что все линейные размеры нормировались на ширину прослойки H , скорости на $V_r = \sqrt{g\beta\Delta TL}$, давление на $\frac{\rho V_r^2}{2}$; безразмерная температура $\Theta = \frac{T - T_x}{T_z - T_x}$, время $\tau = \frac{t}{t_r}$, где характерное время есть $t_r = \frac{L}{V_r}$.

Для двумерной задачи удобнее перейти к переменным завихренность $\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}$ и функция тока, которая определяется выражениями $-\frac{\partial \psi}{\partial X} = V$ и $-\frac{\partial \psi}{\partial Y} = U$. В этих переменных уравнения (1) выглядят как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} &= \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} &= -\omega \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= (Ra Pr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения (2) дискретизовались по полуявной схеме, в которой конвективные члены аппроксимировались по методу Адамса-Башфорта второго порядка точности, а диффузионные по

схеме Кранка-Николсона. Для аппроксимации пространственных производных использовались центральные разности второго порядка точности. Стационарные решения, представляемые далее, были получены как предел нестационарных.

Для численного решения системы уравнений Навье-Стокса использовался метод контрольного объема второго порядка точности. Для удовлетворения уравнения неразрывности полем скорости и определения поля давления применялся алгоритм SIMPLEC. Количество ячеек структурированной вычислительной сетки определялось в предварительных тестовых расчетах (при максимальных значениях параметров Re и Gr) таким образом, чтобы дальнейшее ее измельчение не приводило к сколько-нибудь существенным изменениям, как в интегральных, так и в локальных характеристиках течения. Отметим, что использованный комплекс программного обеспечения прошел тщательное тестирование и с успехом использовался для решения задач вынужденно - и свободно-конвективных течений [24-26].

На предварительном этапе был проведен анализ влияния количества узлов сетки на точность получаемого решения. В результате было получено, что достаточная степень точности достигается при использовании сетки 60×300 . При дальнейшем увеличении количества узлов изменение распределения величин тепловых потоков на стенке, завихренности, компонент скорости и других параметров не превышало 0.1%. Величина шага по времени была ограничена условиями устойчивости численной схемы и для получения стационарных решений подбиралась таким образом, чтобы получить последнее с минимальными затратами вычислительных ресурсов. При рассмотрении нестационарных процессов величина шага по времени так же как в случае пространственной дискретизации определялась таким образом, чтобы решение не зависело от неё.

Результаты исследований и их обсуждение

1. Дискретные элементы с нулевой толщиной ($h = 0$)

Изучение характеристик теплопереноса для системы плоских дискретных тепловыделяющих элементов имеет самостоятельный интерес, поскольку подобные системы нагрева (охлаждения) часто используются в инженерных приложениях.

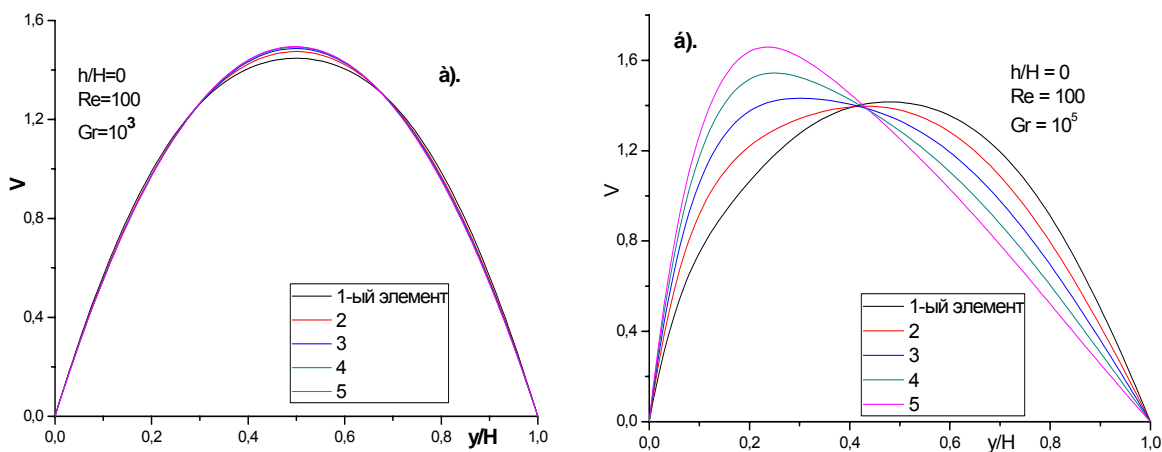


Рис. 2. Профили скорости по высоте канала при вариации числа Грасгофа.

В данной работе этот этап численных исследований был использован в качестве базового для сопоставительного анализа теплообмена при изучении более сложных двумерных преград, когда значительную роль могут играть отрывные течения. При этом в расчетах геометрия задачи была фиксированной, а изменялись только числа Рейнольдса и Грасгофа.

Развитие профилей продольной скорости в канале при одном и том же числе Рейнольдса $Re = 100$ и числах Грасгофа $Gr = 10^3$ и $Gr = 10^5$ представлено на рис. 2а и 2б, соответственно. Здесь каждая из кривых представляет собой распределение в сечении посередине каждого из пяти нагревательных элементов. Как видно, течение достаточно быстро стабилизируется и уже к первому модулю пограничные слои смыкаются и принимают вид для классического ламинарного потока. При малых числах Грасгофа (рис.2а) структура течения практически не претерпевает изменений по высоте канала. По мере увеличения числа Грасгофа (рис.2б) максимум скорости смещается к нагреваемой стенке за счет подъемных сил. Однако, профили на рис.2б принципиально отличаются от случая смешанной конвекции у вертикальной стенки [7,27]. В ограниченном канале происходит только перестройка течения так, что расход газа по высоте остается неизменным.

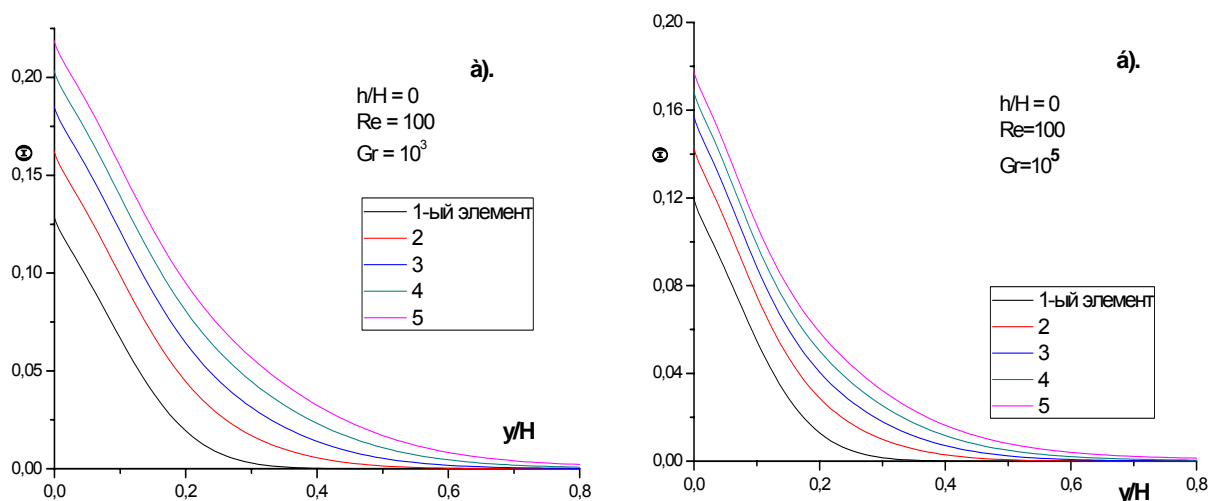


Рис. 3. Профили безразмерной температуры в канале со смешанной конвекцией.

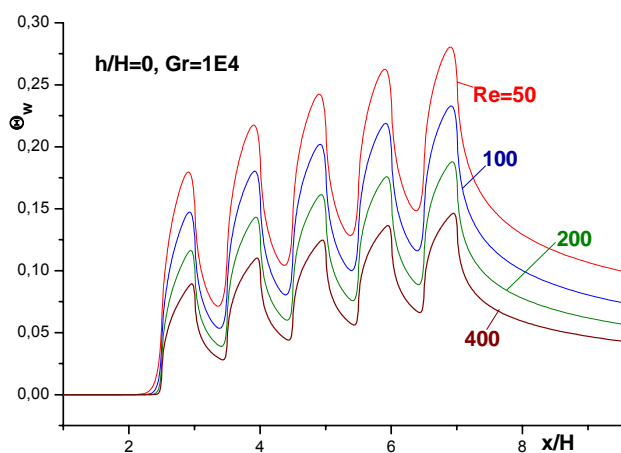


Рис.4. Распределение температуры стенки по высоте канала при дискретном нагреве.

Распределения относительных температур в поперечных сечениях канала на различной его высоте показано рис. 3. Условия этого рисунка полностью соответствуют данным рис. 2. Можно отметить подобие в распределении температур. При этом меньшим значениям θ соответствует более высокий уровень теплоотдачи. Из анализа рис. 3 можно сделать вывод о том, что теплообмен снижается по мере продвижения по высоте канала. Причем это имеет место не только для слабой

естественной конвекции (рис. 3а), когда аэродинамика практически не меняется, но и при ее существенном вкладе (рис. 3б).

На рис. 4 представлены результаты расчета изменения температуры стенки по высоте канала при различных числах Рейнольдса. Распределение носит периодический характер, а соответствующие максимумы и минимумы в точности повторяют чередующийся характер расположения нагревательных элементов на адиабатической поверхности.

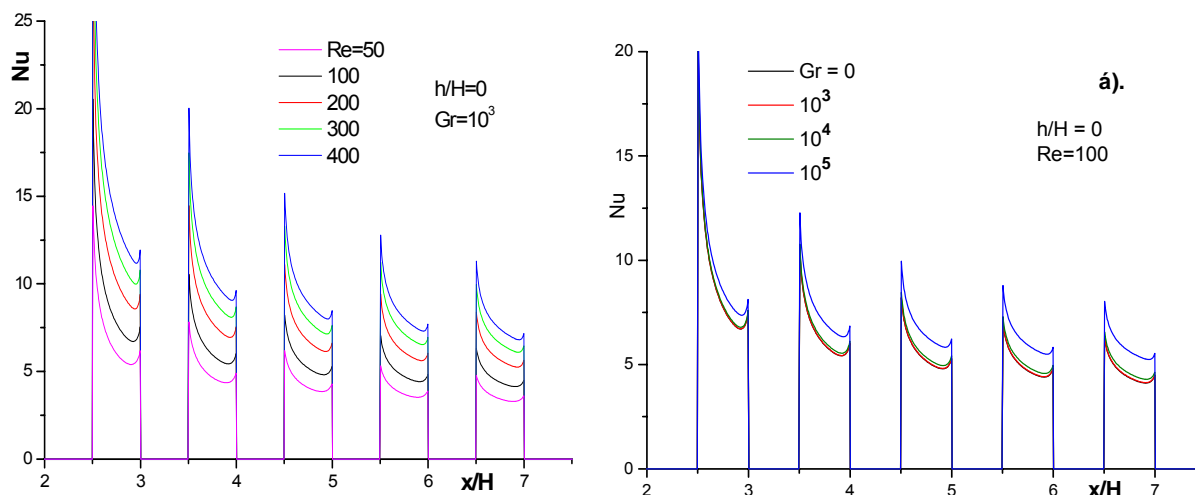


Рис. 5. Распределение локальных чисел Nu по высоте канала с дискретным нагревом ($h/H = 0$).

Подобное периодическое распределение имеют и локальные значения коэффициентов теплоотдачи. Эти данные представлены на рис. 5а при вариации числа Рейнольдса и числа Грасгофа на рис. 5б, соответственно. Максимальная величина локального теплообмена достигается на передней кромке каждого дискретного элемента. Затем происходит его резкое снижение вплоть до задней кромки, где вновь коэффициент теплоотдачи несколько возрастает. Подобная тенденция

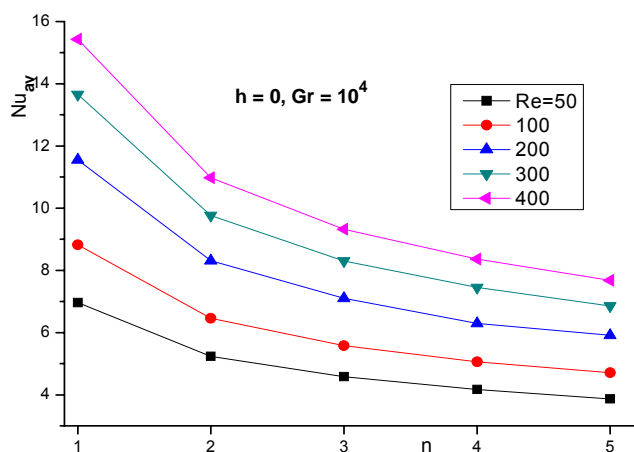


Рис. 6. Теплоотдача дискретных элементов в канале.

наблюдается при всех исследованных режимных параметрах.

Поведение осредненных по каждому из элементов чисел Нуссельта демонстрируется на рис. 6. По оси абсцисс здесь обозначены номера дискретных нагревателей. В зависимости от местоположения элементов коэффициент теплоотдачи может существенно изменяться. В то же время имеется тенденция к стабилизации теплового режима элементов, далеко отстоящих от входного сечения. Эти особенности поведения тепловых параметров

в режиме дискретного нагрева следует учитывать при анализе систем со ступенчатым теплообменом.

Перейдем к анализу результатов осредненной теплоотдачи по всем дискретным элементам. В этом случае по данным, подобным рис. 6, находилось среднеарифметическое значение числа Nu,

которое характеризовало интегральный уровень теплообмена в канале. Следует подчеркнуть, что в качестве характерной, использовалась площадь только теплообменной поверхности (тепловыделяющих дискретных элементов), а не всего канала, как это принято в теории теплообмена.

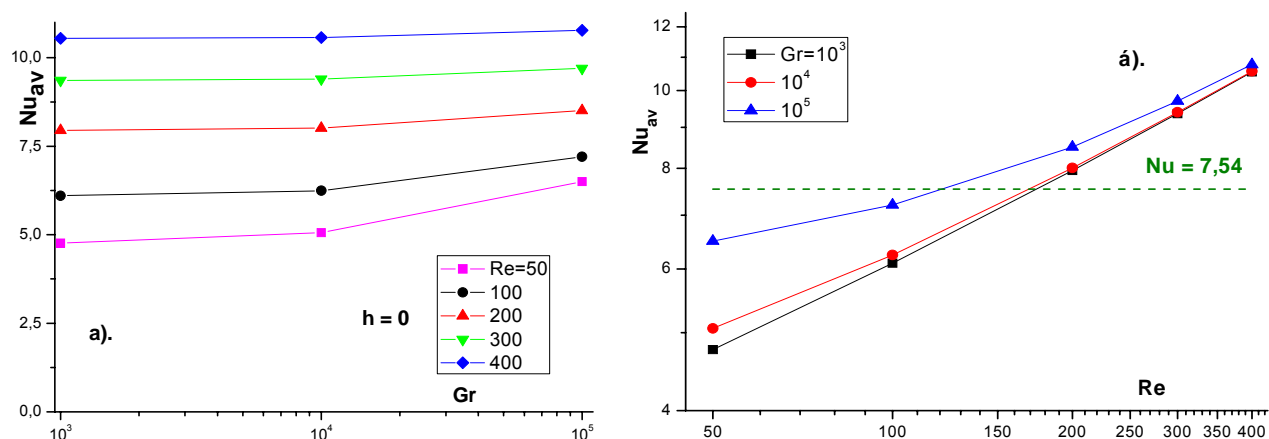


Рис. 7. Среднее по всему каналу число Nu при вариации чисел Рейнольдса и Грасгофа.

Результаты моделирования интегральной теплоотдачи в виде зависимостей среднего числа Нуссельта от числа Грасгофа и Рейнольдса представлены на рис. 7а и 7б, соответственно. Из данного рисунка можно сделать несколько выводов. Свободная конвекция начинает сказываться при числах $Gr > 10^4$. Причем это влияние ощутимо только в области низких чисел Рейнольдса $Re < 200$. Особенно наглядно это следует из рис. 7б. Кроме того, в рассматриваемых условиях не наблюдается режима тепловой стабилизации, когда число Нуссельта не зависит от числа Рейнольдса и равно $Nu = 7.54$ (зеленый пунктир на рис 7б), описывающее теплообмен на стабилизированном участке ламинарного потока между бесконечными параллельными пластинами [28]. В области низких чисел Рейнольдса $Re < 200$ средний теплообмен ниже, чем при тепловой стабилизации, а для $Re > 200$ – он становится существенно выше.

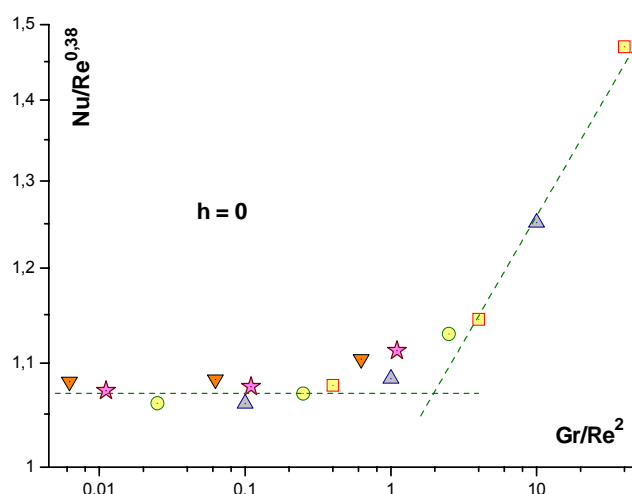


Рис. 8. Обобщение расчетных данных при $h = 0$.

Для определения границ влияния свободно-конвективного течения на суммарный теплоперенос, все расчетные данные были обработаны в виде зависимости $Nu/Re^n \sim Gr/Re^2$, принятой в теории смешанной конвекции, как в ламинарном [27], так и турбулентном режимах [7]. Результаты такой обработки представлены на рис. 8. Как и при смешанной конвекции у вертикальной стенки [27], область данных с постоянной величиной $Nu/Re^n \sim const$ отвечает режиму вынужденной конвекции. Возрастание этого параметра при больших значениях Gr/Re^2 говорит о нарастании вклада естественной

конвекции. В диапазоне $Gr/Re^2 = 0,1 \div 10$ вклады обоих механизмов теплопереноса вынужденной и свободной конвекции соизмеримы, а указанные границы совпадают с выводами теории смешанной конвекции [7, 27]. В то же время специфика формирования течения для условий дискретного нагрева сказывается на закономерностях теплообмена. Так показатель степени при числе Рейнольдса оказался равным $n = 0.38$, а не $n = 0.5$, как это следует из теории теплообмена при ламинарной смешанной конвекции на вертикальной стенке [27].

2. Влияние на теплообмен высоты дискретного элемента.

Расчетные исследования были проведены для шести значений высоты дискретных нагреваемых элементов: $h/H = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ и 0.5 . При этом все остальные режимные параметры и месторасположение чипов оставались такими же, как и в случае плоского элемента.

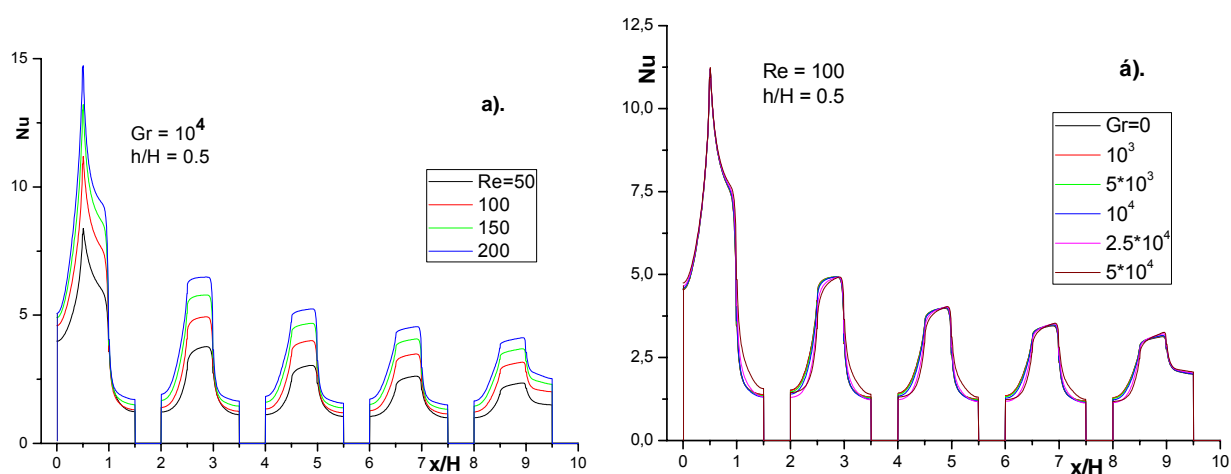


Рис. 9. Локальный теплообмен в системе тепловыделяющих элементов квадратной формы

Результаты расчета локального теплообмена на самых высоких элементах $h/H = 0.5$ показаны на рис. 9. Левая часть рисунка (рис. 9а) демонстрирует влияние числа Рейнольдса при фиксированном значении числа Грасгофа ($Gr = 10^4$), а правая (рис. 9а) – влияние числа Грасгофа при $Re = 100$. При данных условиях свободная конвекция практически не проявляется, а распределение числа Нуссельта принципиально отличается от такового для плоского элемента. В этом можно убедиться, сопоставив данные рис. 9 и рис. 5.

Более детально изменение локального коэффициента теплоотдачи по различным граням элемента можно проследить, обратившись к рис. 10а. На этом рисунке изображены данные для элементов с квадратной формой поперечного сечения $h/H = 0.5$ при различных их удалениях от входа в канал. Как видно, локальный коэффициент теплоотдачи сильно изменяется вдоль поверхности элемента. Его максимальное значение достигается в точке сопряжения передней вертикальной и горизонтальной поверхностей элемента. Кормовая же грань охлаждается хуже всего и здесь возможны локальные перегревы модулей. Причем тепловая картина стабилизируется и становится

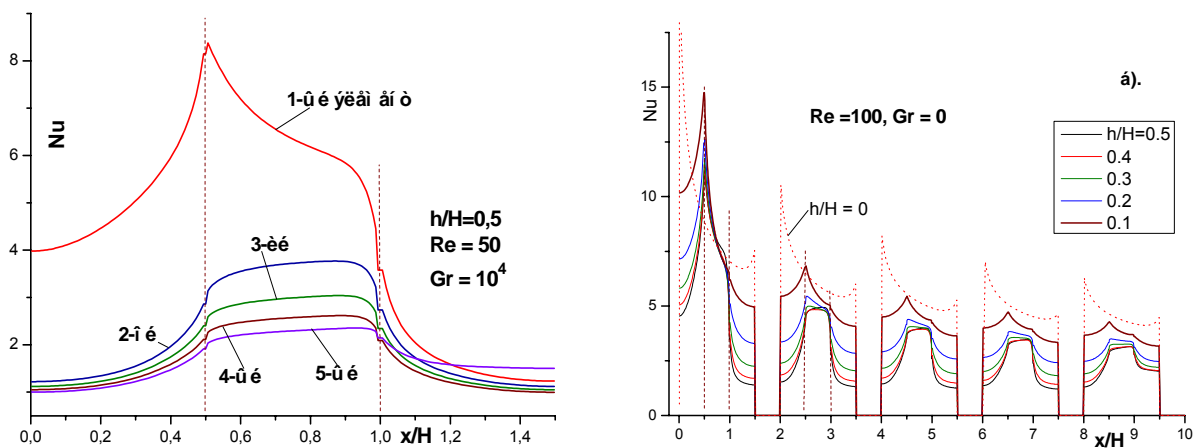


Рис. 10. Изменение локальной теплоотдачи для дискретных элементов различной высоты.

периодической уже на четвертом-пятом элементах. И, наконец, очевидно, что максимальная теплоотдача наблюдается на первом элементе, после него теплоотдача уже к прогретому газу с несколько раз ниже.

В целом аналогичная картина наблюдается и для других соотношений ширина/высота элемента. Такой вывод можно сделать из рис. 10б, на котором представлено развитие по длине канала локальной теплоотдачи для всех изученных геометрий тепловыделяющих элементов. Для модулей различной высоты в качестве характерных линейных масштабов использовались соответствующие размеры высоты и ширины элементов. Наиболее интенсивно теплообмен протекает на плоском элементе. Сравнима с ним теплоотдача на первом элементе. Заметное снижение наблюдается по мере увеличения высоты чипа, что обусловлено главным образом влиянием формирования непроточных вихревых зон с пониженным уровнем теплообмена.

В то же время, для элементов прямоугольной формы в общей картине теплового процесса начинает сказываться обмен тепловой энергией на боковых поверхностях. Если просуммировать по всем граням тепловые потоки и отнести суммарную величину к ширине элемента S , то таким образом можно учесть дополнительное увеличение теплообмена за счет развития поверхности.

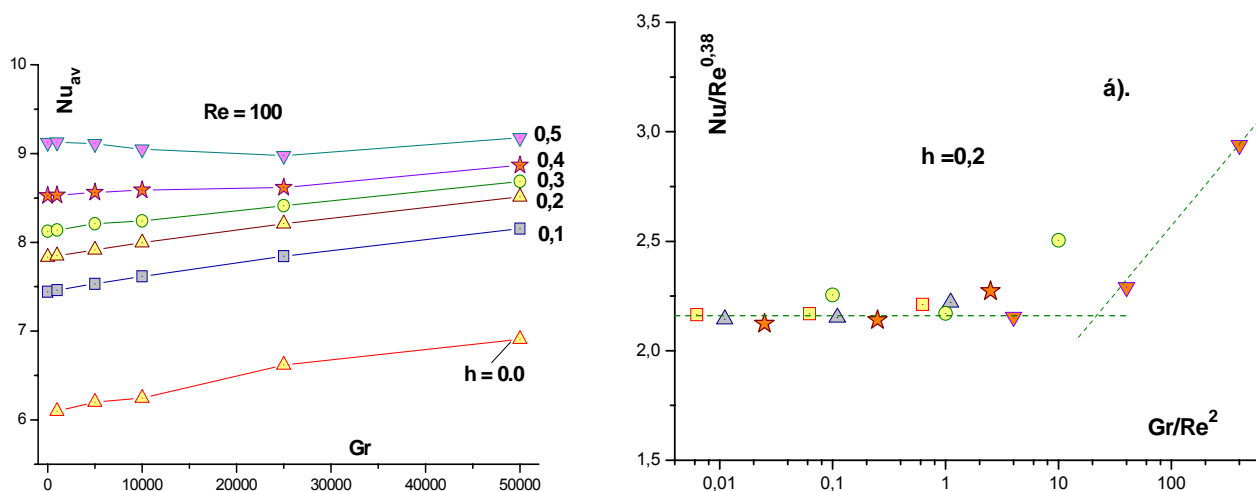


Рис. 11. Интегральные характеристики теплообмена чипов различной высоты

Зависимость числа Нуссельта, найденного таким образом, от числа Грасгофа показана на рис. 11а. В отличие от рис.10б суммарный теплообмен с увеличением высоты элемента возрастает. Интенсификация теплообмена за счет увеличения теплообменной поверхности ощутима, хотя и не линейна в силу рассмотренных выше факторов.

В меньшей, чем для плоских дискретных элементов, степени сказывается на теплообмене свободная конвекция. Такой вывод можно сделать также из рис. 11а, где число Нуссельта слабо изменяется в большом диапазоне критерия Грасгофа. Этот же вывод следует и из рис. 11б, где расчетные данные для элемента $h/N = 0.2$, обработаны в критериальном виде по аналогии с плоскими нагревателями (рис. 8). Для двумерных элементов, как это видно из рис. 11б, область влияния свободной конвекции смещается в сторону больших значений числа Грасгофа и достигается примерно при $Gr/Re^2 \sim 40$, что значительно превышает подобную величину для плоских элементов.

Несмотря на отмеченные особенности влияния высоты элементов на характеристики течения и теплообмена необходимо сказать и о подобии этих процессов. Прежде всего это касается режима с преобладанием вынужденной конвекции. Результаты расчетов теплообмена двумерного чипа с $h/N = 0.2$ (рис. 11б) удовлетворительно обобщаются, если использовать показатель степени при числе Рейнольдса такое же, как и для плоского элемента $n = 0.38$. Однако абсолютное значение параметра Nu/Re^n для двумерного элемента более чем в два раза выше, чем для плоского. Это говорит об интенсификации интегрального теплообмена с увеличением высоты дискретных тепловых источников.

Заключение

Таким образом, численные исследования смешанно-конвективного теплообмена в ламинарном режиме показали сильную неоднородность локальных коэффициентов теплоотдачи по поверхности прямоугольных тепловыделяющих дискретных элементов, расположенных на боковой поверхности вертикального канала с адиабатическими стенками. Значительно изменяется и интегральная теплоотдача от отдельного элемента в зависимости от места его положения и высоты. Установлено, что среднее по высоте канала число Нуссельта для системы дискретных элементов не постоянно при изменении числа Рейнольдса, как это имеет место в классическом течении ламинарного потока между параллельными пластинами.

Найдены пределы превалирующего влияния вынужденной и свободной конвекции в суммарный теплоперенос. Показано, что границы смена режимов конвекций определяются геометрией нагреваемых модулей. Суммарный теплообмен от всей системы элементов слабо зависит от числа Грасгофа, демонстрируя подавляющий вклад вынужденной конвекции в рассматриваемых условиях и особенно при увеличении высоты чипов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10 – 08 - 00105).

Литература

- [1] Incropera F. P. Convection Heat Transfer in Electronic Equipment Cooling// J. Heat Transfer- 1988 -- Vol. 110, Is. 4b, 1097-1111.
- [2] Chu R.C., Heat transfer in electronic systems // Proceedings 8-th international heat transfer conference. San Francisco. -1986. –Vol.1. –P.293-305.
- [3] Tanda G., Fossa M., Leonardi E., Menezo C. Natural convection heat transfer from staggered discrete thermal sources: State-of-the-art // Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy. – 2009, April 26 –May 1, Tunisia. - P.11.
- [4] El-genk M. Advances in electronics cooling // Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy. – 2009, April 26 –May 1, Tunisia. - P.11.
- [5] Sultan G.I. Enhancing forced convection heat transfer from multiple protruding heat sources simulating electronic components in a horizontal channel by passive cooling // Microelectron. J. -2000. –Vol.31. –P.773-779.
- [6] Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А. Теплообмен смешанной конвекции// Минск: Наука и техника.- 1975.-256 с.
- [7] Петухов Б.С., Поляков А.Ф. Теплообмен при смешанной турбулентной конвекции// М.:Наука.-1986.- 192 с.
- [8] Yadav V., Kant K. Air Cooling of variable array of heated modules in a vertical channel // ASME J. Electron. Packag. 2007. Vol. 129. P. 205-215.
- [9] Madhusudhana Rao G., Narasimham G.S.V.L., Laminar conjugate mixed convection in a vertical channel with heat generating components // Int. J. of Heat and Mass Transfer. -2007. –Vol.50. – P.3561-3574
- [10] Sawant S.M., Gururaja R. C. Conjugate mixed convection with surface radiation from a vertical electronic board with multiple discrete heat sources // Heat Mass Transfer. -2008. –Vol. 44. –P.1485-1495.
- [11] Yucel C., Hasnaoui M., Robillard L., Bilden E. Mixed convection heat transfer in open ended inclined channels with discrete isothermal heating // Num. Heat Transfer. -1993. –Vol.24. –P.109-126.
- [12] Bhowmik H., Tou K.W. Experimental study of transient forced convection heat transfer from simulated electronic chips // Heat Mass Transfer. -2005. –Vol.41. –P.599-605.
- [13] Yonglin Ju., Zhongqi Chen Numerical simulation of natural convection in an enclosure with discrete protruding heaters // Numerical Heat Transfer, Pt. A: Application. -1996. –Vol.30, No.2. P.207-218.
- [14] Sparrow E.M., Vemuri S.B., Kadle D.S. Enhanced and local heat transfer, pressure drop, and flow visualization for arrays of block-like electronic components // Int.J. Heat Mass Transfer. -1983. –Vol.26, No.5. –P.689-699
- [15] Sparrow E.M., Niethammer J.E., Chaboki A. Heat transfer and pressure drop characteristics of arrays of rectangular modules encountered in electronic equipment // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1982. –Vol.25, No.7. –P.961-973.

- [16] Sawant S.M., Gururaja Rao C. Conjugate mixed convection with surface radiation from a vertical electronic board with multiple discrete heat sources // *Heat Mass Transfer*. -2008. –Vol.44. –P.1485-1495.
- [17] Wang H.Y., Saulnier J.B. A sensitivity study of material properties for coupled convective-conductive heat transfer generated in an electronic equipment // *Int. J. Heat Mass Transfer*. -1993. –Vol.36, No.15. –P.3831-3839.
- [18] Кузнецов Г.В., Шеремет М.А., Моделирование термогравитационной конвекции в замкнутом объеме с локальными источниками тепловыделения // *Теплофизика и аэромеханика*. -2006. –Т.13, №4. –С.611-621.
- [19] Rao C.G., Balaji C., Venkateshan S.P. Effect of radiation on conjugate mixed convection in a vertical channel with a discrete heat source in each wall // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2002. –Vol/45. –P.3331-3347.
- [20] Sudhakar T.V.V., Shori A., Balaji C., Venkateshan S.P. Optimal heat distribution among discrete protruding heat sources in a vertical duct: // *ASME J. Heat Transfer*. 2010. V. 132.
- [21] da Silva A.K., Lorente S., Bejan A. Optimal distribution of discrete heat sources on a wall with natural convection // *Int. J. Heat Mass Transfer*. -2004. –Vol.47. –P.203-214.
- [22] Yang L, Nhan P.-H. An Optimum spacing problem for three chips mounted on a vertical substrate in an enclosure // *Numerical Heat Transfer., Part A: Application* -2000. –Vol.37, No.6. –P.613-630.
- [23] Yu J., Chen Z. Numerical simulation of natural convection in an enclosure discrete protruding heaters // *Numer. Heat Transfer/ Part A*.-1996.-Vol.30, No. 2.- Pp.207-218.
- [24] Terekhov V.V., Terekhov V.I. Numerical investigation of heat transfer in tall enclosure with ribbed walls // *Comput. Thermal Science*. 2010. Vol. 2, Is.1. P. 33-42.
- [25] Терехов В.В., Терехов В.И. Теплообмен в высокой вертикальной прослойке с оребрением одной из боковых стенок // *ТВТ*. 2006. Т. 44, № 3. С. 439 – 444.
- [26] Терехов В.В., Терехов В.И. Свободноконвективный теплообмен в дифференциально обогреваемой полости при дополнительном подводе тепла через нижнюю стенку // *ТВТ*. 2012. Т. 50, № 1. С. 96 – 103.
- [27] Lloyd J.R., Sparrow E.M. Combined forced and free convection flow on vertical surfaces // *Int. J. Heat Mass Transfer*. -1970. –Vol.13. –P. 434-438.
- [28] Кэйс В.М. Конвективный тепло - и массообмен // М.: Энергия.- 1972. – 446 с.